THÉORIE DU POINTAGE, A L'USAGE DES SOUS-OFFICIERS D'ARTILLERIE...

Charles Emile Page



THÉORIE

DU POINTAGE.

St asbourg, imprimerie Berger-Levrault.

THÉORIE

DU POINTAGE,

A L'USAGE

DES SOUS-OFFICIERS D'ARTILLERIE,

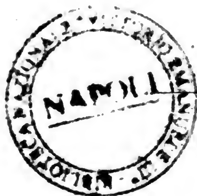
PAR

C. E. PAGE,

Professeur de sciences appliquées à l'École d'artillerie de Lafère.

PUBLIÉE

avec autorisation du Comité de l'artillerie.





STRASBOURG,

Chez Veuve LEVRAULT, Éditeur de l'Annuaire militaire.

PARIS,

A son dépôt général, chez P. BERTRAND, Libraire,

rue Saint-André-des-Arcs, 65.

1848.

AVANT-PROPOS.

On a pris l'habitude de ne comprendre sous le nom de balistique qu'une série de calculs longs et difficiles, basés sur des hypothèses fort incertaines, bons tout au plus à fournir quelques sujets d'exercice à ceux qui étudient la mécanique, mais nullement propres à fournir des applications utiles à l'artillerie.

Cependant, la plupart des questions qui intéressent le plus la pratique peuvent être résolues avec une approximation suffisante, en partant des données de l'expérience et au moyen des simples éléments de calcul qu'on enseigne aux sous-officiers. Mais ces solutions, à raison même de leur simplicité, sont assez généralement négligées.

Pour calculer les mouvements des projectiles dans l'air, on en est réduit à partir d'hypothèses probables, mais que l'expérience ne pourra vérifier ou remplacer par des données plus certaines, que lorsque la pratique sera parvenue à un degré de perfection tel que deux pièces de même calibre, chargées et pointées de la

même manière, donneront toujours exactement la même portée. Il s'en faut de beaucoup que ces conditions soient remplies : la qualité de la poudre, son état hygrométrique, le défaut d'homogénéité et de sphéricité des projectiles, leurs mouvements de rotation, leurs différences de poids, l'état de la lumière, le vent, l'encrassement de l'âme, l'incertitude de l'angle de départ résultant des battements, les circonstances atmosphériques; enfin, une foule de causes dont jusqu'à présent on n'a pas même tenté de se rendre maître, modifient considérablement les résultats.

Il est donc tout à fait inutile de prétendre fournir à la pratique des solutions rigoureuses, obtenues au moyen de calculs longs et pénibles, puisqu'elle ne possède aucun moyen d'en vérifier l'exactitude. Il faut profiter de ce qu'elle ne peut faire usage que de grossières approximations pour simplifier les calculs, et se contenter de lui fournir des résultats d'une application facile qui tombent entre les limites d'erreur que comporte l'expérience.

Mais on ne manquera pas de dire : « à quoi bon ces résultats? il n'est besoin ni de calculs, ni de tables de tir pour la pratique de l'artillerie; il suffit de tirer deux premiers coups, l'un trop long, l'autre trop court, et de prendre la moyenne. »

Ce précepte a été répété si souvent qu'on a fini par le regarder comme une règle incontestable; mais en y regardant de plus près, on reconnaît que cette prétendue règle pratique est le plus souvent impraticable. Premièrement, il n'est pas toujours facile d'observer les portées. Pour le prouver, il suffit de citer quelques faits. En 1842, une commission fut chargée de comparer le tir de deux obusiers longs de 22 centimètres; les expériences se faisaient dans une prairie parfaitement unie et nouvellement fauchée; la ligne de tir était jalonnée avec soin; plus de dix observateurs étaient placés de la manière la plus favorable. Le premier bulletin indiqua un premier point de chute plus éloigné que le premier ricochet; pour le rectifier, on fut obligé de suivre la ligne de tir et de reconnaître les traces du projectile. On fit la même chose après chaque coup, en ayant soin de distinguer les traces par des piquets.

Dans les expériences faites, en 1843, pour comparer différents modes de pointage, une pièce de 24 était placée à trois cents mètres du but; on avait donné la hausse négative que l'on jugeait convenable pour cette distance; le boulet frappa trop haut; on augmenta la hausse négative; le coup fut encore plus haut; à la quatrième salve seulement, on reconnut que le boulet

ricochait en avant du but, et en suivant la ligne de tir, on trouva en effet les traces des trois premiers coups.

Il serait facile de multiplier ces citations. Tous ceux qui ont assisté à des expériences, et qui se sont donné la peine de faire des observations consciencieuses pourraient en fournir de semblables.

S'il est si difficile d'observer les portées sur un terrain choisi et préparé à l'avance, croit-on que ces observations deviendront plus faciles sur un champ de bataille ou dans un siége? D'une batterie à ricochet, par exemple, sera-t-il bien facile de reconnaître si le projectile est tombé dans le fossé ou s'il est allé trop loin?

Mais ce n'est pas tout; en supposant même qu'on puisse faire des observations exactes, la règle serait encore mauvaise. En effet, pour prendre une moyenne entre deux coups dont l'un est trop long, l'autre trop court, il faut admettre que les portées varient régulièrement avec les angles de tir et les charges; or, les premiers coups présentent toujours des irrégularités considérables; par exemple, dans le tir à ricochet, sans rien changer ni à l'angle de tir ni à la charge, on trouve quelquefois cent mètres de différence entre les portées du premier et du second coup. En prenant les premiers coups pour point de départ, on s'expose

donc à ne pouvoir régler le tir qu'après un grand nombre de tâtonnements qui entraînent une perte considérable, non-seulement de munitions, mais de temps qui est bien plus précieux.

Il semble, d'après cela, qu'on devrait prendre justement le contre-pied de la règle dont il s'agit, c'est-à-dire, qu'on devrait commencer par déterminer avec soin la hausse ou l'angle de tir, ainsi que la charge convenable pour l'effet qu'on veut produire; ne tenir que très-peu de compte des premiers coups; ne commencer à faire des corrections qu'après les trois ou quatre premiers coups, et ne pas faire ces corrections au hasard, comme cela arrive le plus souvent; mais calculer les variations de portée qui correspondent à des variations d'angles et de charges.

Pour que de pareils calculs soient possibles sur le terrain, il faut qu'ils soient tellement simples et faciles qu'on puisse les exécuter de mémoire; il faut, en outre, qu'on se les soit rendus familiers par de fréquentes applications.

Dans cet ouvrage, on s'est efforcé de donner des solutions pratiques des principaux problèmes qui peuvent se présenter dans le tir de plein fouet et dans le tir à ricochet. Pour parvenir à ces solutions, on n'a fait usage que de notions tout à fait élémentaires

et parfaitement à la portée des sous-officiers, de manière à leur fournir un sujet d'application, et en quelque sorte, un complément des cours qu'on leur fait suivre.

Dans les notes qui forment la seconde partie, après avoir résolu les mêmes problèmes au moyen de calculs aussi rigoureux que possible, on a comparé ces solutions avec les solutions approximatives obtenues au moyen de la géométrie élémentaire, et on a fait voir que les différences pouvaient être négligées dans la pratique.



TABLE DES MATIÈRES.

THÉORIE
DU POINTAGE.





NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

1. Tous les corps tombent lorsqu'ils cessent d'être soutenus; cette propriété générale des corps se nomme pesanteur.

2. On appelle *verticale*, la direction que suivent les corps en tombant; cette direction est indiquée par le fil à plomb. On conçoit en effet qu'un corps pesant, suspendu à l'extrémité d'un fil flexible, doit tendre ce fil dans la direction même suivant laquelle il tomberait, s'il était libre.

3. On appelle *plan horizontal*, tout plan perpendiculaire à la verticale. Un plan horizontal peut se trouver à une hauteur quelconque. Tout plan perpendiculaire au plan horizontal, est un plan vertical.

4. Lorsqu'on observe la chute des corps, on remarque que ceux qui ont une grande surface et un faible poids, tels que le papier, les feuilles d'arbre, les plumes, etc., tombent lentement, tandis que ceux qui ont un poids considérable pour une surface peu étendue, tels que les pierres, les métaux, etc., tombent rapidement. Cette différence tient à l'inégale résistance qu'ils éprouvent de la part de l'air, résistance qui doit varier évidemment avec l'étendue de la surface sur laquelle elle s'exerce.

Pour se convaincre que cette différence vient uniquement de la résistance de l'air, on introduit deux corps très-différents, une plume et un morceau de plomb, par exemple, dans un

grand tube de verre dans lequel on fait le vide, c'est-à-dire, dont on retire l'air au moyen d'une pompe convenable, puis on fait tomber ces corps dans l'intérieur du tube; on trouve qu'ils y tombent également vite.

5. La vitesse d'un corps qui tombe ne reste pas constante pendant la durée de sa chute. Tout le monde sait que le choc produit par un corps pesant est d'autant plus fort, que ce corps tombe de plus haut. Cela vient de ce que la vitesse, qui lui a été communiquée par la pesanteur, est d'autant plus grande qu'il est tombé pendant plus longtemps.

A l'instant même où un corps commence à tomber, sa vitesse est nulle; puis elle va en augmentant progressivement d'une manière continue.

Au bout d'une seconde, elle est de

$$9^{m},80896,$$

au bout de deux secondes, elle est de

$$2\times 9,80896 = 19^{m},61792,$$

au bout de trois secondes, elle est de

$$3\times 9,80896 = 29^{m},42688,$$

et ainsi de suite; c'est-à-dire qu'elle croit *proportionnellement au temps.*

Pour abréger, on a coutume de représenter par g la vitesse de $9^{m},80896$, acquise au bout d'une seconde de chute dans le vide. En représentant par v la vitesse acquise au bout d'un certain nombre de secondes représenté par t, on a donc

$$v = g.t.$$

Ainsi, la vitesse acquise par un corps tombant dans le vide pendant $7'',5$, est au bout de ce temps :

$$v = 9,80896\times 7,5 = 73^{m},3672.$$

6. Ces résultats sont donnés par l'expérience; mais on peut très-bien s'en rendre compte par le raisonnement. En effet, la pesanteur agit continuellement sur toutes les particules matérielles; lorsqu'un corps est soutenu, l'effort continuel

de la pesanteur est continuellement détruit par la résistance de l'obstacle qui s'oppose au mouvement; de là vient la pression que les corps pesants exercent sur les obstacles qui les empêchent de tomber; c'est cette pression qui constitue leur poids. Lorsqu'un corps cesse d'être soutenu, la pesanteur le met en mouvement, et comme elle continue d'agir sur lui pendant qu'il se meut, elle lui imprime à chaque instant le même accroissement de vitesse; il en résulte que la vitesse totale qu'elle lui imprime doit croître proportionnellement au temps pendant lequel elle agit.

7. Maintenant nous allons voir qu'en faisant abstraction de la résistance de l'air, tous les corps doivent tomber également vite, quel que soit leur poids.

Prenons deux corps parfaitement égaux; la pesanteur agit sur eux de la même manière. Si on les laisse tomber en même temps, leurs mouvements doivent être identiques; par conséquent, s'ils sont juxta-posés au moment où on les abandonne à l'action de la pesanteur, ils resteront juxta-posés pendant toute la durée de la chute. Il résulte de là que leur mouvement commun ne serait nullement altéré s'ils étaient liés entre eux; mais dans ce cas, ils ne formeraient plus qu'un seul corps, dont le poids serait évidemment double du poids de chacun d'eux pris séparément.

Ce que nous venons de dire pour la réunion de deux corps égaux, peut s'étendre à la réunion d'autant de corps égaux qu'on voudra. Par la même raison, si l'on conçoit un corps partagé en un certain nombre de parties égales, la vitesse imprimée par la pesanteur à la réunion de toutes ces parties, est justement la même que celle qui serait imprimée à chacune de ces parties, prise isolément; d'où l'on doit conclure que la pesanteur imprime toujours la même vitesse à tous les corps, quel que soit leur poids.

8. Lorsqu'on connaît la loi suivant laquelle varie la vitesse d'un corps qui tombe, on peut calculer l'espace que ce corps parcourt dans un temps donné.

Pour cela, commençons par rappeler que quand la vitesse d'un corps reste constante pendant toute la durée du mouvement, l'espace parcouru par ce corps est proportionnel au produit de la vitesse multipliée par le temps. Ainsi, par exemple, si un mobile, animé d'une vitesse constante de 5^m par seconde, se meut pendant $7''$, l'espace parcouru est représenté par le produit $5.7 = 35^m$. Ce résultat peut être représenté par une construction graphique de la manière suivante (fig. 1).

Sur une droite indéfinie AX, prenons une longueur AB proportionnelle au temps, c'est-à-dire qui contienne l'unité de longueur autant de fois que la durée du mouvement contient l'unité de temps. Par le point A, élevons une perpendiculaire AY, et prenons sur cette perpendiculaire une longueur AC proportionnelle à la vitesse; puis enfin, construisons le rectangle ABDC sur ces deux longueurs. La surface de ce rectangle a pour mesure AB.AC; elle est donc proportionnelle à l'espace parcouru, c'est-à-dire qu'elle contient l'unité de surface autant de fois que l'espace parcouru contient l'unité de longueur.

Supposons actuellement que la vitesse ne reste pas constante pendant la durée du mouvement; mais qu'elle varie d'une manière continue, proportionnellement au temps. Sur la droite indéfinie AX (fig. 2), prenons des longueurs proportionnelles au temps; ainsi, Aa' correspond à une seconde; Aa'', à deux secondes, etc.; puis, supposons qu'une droite se meuve en glissant le long de la droite AX, et en lui restant toujours perpendiculaire; supposons de plus que la longueur de cette perpendiculaire varie proportionnellement à sa distance au point A, de manière que : à la distance correspondant à une seconde, elle soit égale à $9^m,8088$; à la distance correspondant à deux secondes, elle soit égale à $2.9^m,8088$, etc. Il est évident que les longueurs de cette perpendiculaire, correspondant à différentes distances mesurées sur la ligne AX, représentent les vitesses acquises au bout des différents temps correspondant à ces distances.

Comme les perpendiculaires $a'b'$, $a''b''$, $a'''b'''$, etc., sont proportionnelles aux distances Aa', Aa'', etc., les extrémités de toutes ces perpendiculaires sont sur une même ligne droite.

L'espace parcouru au bout d'un certain temps, est proportionnel à la surface du triangle qui aurait pour base la longueur qui représente le temps t, et pour hauteur, la perpendiculaire qui représente la vitesse acquise au bout du temps t. Ainsi, par exemple, l'espace parcouru au bout de 7'', est représenté par la surface du triangle A$a^{vii}b^{vii}$.

Pour le démontrer, supposons qu'au lieu de varier d'une manière continue, la vitesse reçoive des accroissements brusques à intervalles sensibles, et qu'elle reste constante pendant la durée de chacun de ces intervalles. Si, par exemple, elle reçoit un accroissement de 9^m,8088 au bout de chaque seconde, l'espace parcouru pendant la première seconde est nul; l'espace parcouru pendant la deuxième seconde est représenté par la surface du rectangle $a'b'c'a''$; l'espace parcouru pendant la troisième seconde est représenté par le rectangle $a''b''c''a'''$, et ainsi de suite; de sorte que l'espace total parcouru pendant les sept secondes, est représenté par la somme des petits rectangles que nous venons d'indiquer. Cette somme est évidemment moindre que la surface du triangle.

Maintenant, supposons qu'au lieu de varier à chaque seconde, la vitesse reçoive à chaque demi-seconde un accroissement égal à

$$\frac{1}{2}\cdot 9^m,8088,$$

l'espace parcouru est représenté par la somme de petits rectangles dont chacun aurait pour base la moitié des intervalles qui servaient de bases aux précédents. Il est facile de voir que cette nouvelle somme de rectangles diffère moins que la première de la surface du triangle. A mesure qu'on rapproche les intervalles au bout desquels on suppose que les accroissements de vitesse ont lieu, c'est-à-dire, à mesure qu'on se rapproche de la vérité, la somme des petits rectangles dont la surface représente l'espace parcouru, se rapproche de la

surface du triangle. On peut donc conclure qu'à la limite, lorsque la vitesse varie d'une manière continue, l'espace parcouru est justement égal à la surface du triangle.

Or, la surface d'un triangle a pour mesure la moitié du produit de sa base par sa hauteur; ici, la base est proportionnelle au temps de la chute; la hauteur est proportionnelle à la vitesse acquise au bout de ce temps; donc :

L'espace parcouru par un corps qui tombe pendant un certain temps, a pour mesure le produit de ce temps par la moitié de la vitesse acquise au bout de ce temps.

En appelant v la vitesse acquise au bout de ce temps t, et h l'espace parcouru pendant le même temps, on a

$$h = \frac{1}{2} v.t.$$

Nous avons trouvé précédemment (5) pour l'expression de la vitesse acquise au bout du temps t :

$$v = gt;$$

en remplaçant v par cette valeur, il vient

$$h = \frac{1}{2} g.t^2.$$

9. Cette expression fait voir que : *les espaces parcourus par un corps qui tombe, sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir.*

C'est du reste ce qu'il est facile de déduire directement de la construction géométrique. Sur la droite AX (fig. 3), prenons deux longueurs Am et An proportionnelles aux temps t et t'; les hauteurs h et h', parcourues pendant ces temps, sont proportionnelles aux surfaces des triangles correspondants Amp et Anq. Ces triangles sont semblables; par conséquent, les surfaces sont entre elles comme les carrés des côtés homologues; on a donc

$$Amp : Anq :: Am^2 : An^2,$$

d'où

$$h : h' :: t^2 t'^2.$$

10. En résumé, les lois du mouvement d'un corps qui tombe sont comprises dans les formules suivantes :

$$v = g.t. \qquad h = \frac{1}{2} v . t = \frac{1}{2} g . t^2.$$

11. On voit que la hauteur dont un corps tombe pendant la première seconde de sa chute est égale à

$$\frac{1}{2} g = \frac{9^m,8088}{2} = 4^m,9044.$$

La hauteur dont il tombe en deux secondes est égale à

$$4^m,9044 \times 4 = 19^m,6176,$$

en trois secondes

$$4^m,9044 \times 9 = 44^m,1396,$$

en quatre secondes

$$4^m,9044 \times 16 = 78^m,4704.$$

TRAJECTOIRE DANS LE VIDE.

12. On appelle *trajectoire* le chemin que parcourt un projectile lancé suivant une direction quelconque. Nous commencerons par déterminer la trajectoire, en faisant abstraction de la résistance de l'air, c'est-à-dire, en supposant que le mouvement ait lieu dans le vide.

Considérons un projectile lancé du point A (fig. 4), suivant une certaine direction AZ, faisant avec le plan horizontal un angle ZAX.

La droite AZ, qui indique la direction du mouvement à l'origine, se nomme *ligne de tir;* l'angle ZAX qu'elle fait avec le plan horizontal, se nomme *angle de tir;* enfin, la vitesse dont le projectile est animé au point A, à l'origine du mouvement, se nomme *vitesse initiale.*

Supposons, par exemple, une vitesse initiale de 50^m par seconde. Si le projectile n'était pas soumis à l'action de la pesanteur, il parcourrait la droite AZ avec une vitesse constante de 50^m par seconde; par conséquent, au bout d'une seconde, il serait parvenu au point *c*, en prenant la distance

$Ac = 50^m$; mais, en vertu de la pesanteur, il a dû tomber pendant une seconde d'une hauteur verticale de $4^m,9044$; par conséquent, si l'on porte verticalement au-dessous du point c une longueur $cb = 4^m,9044$, le point b sera le point réellement occupé par le projectile au bout d'une seconde. Après deux secondes, le projectile aurait parcouru, en vertu de la vitesse initiale, une longueur $Ac' = 100^m$; mais, en vertu de la pesanteur, il a dû tomber verticalement d'une hauteur de $19^m,6176$. En portant verticalement au-dessous du point c' une longueur $c'b' = 19^m,6176$, on a le point b' occupé par le projectile au bout de deux secondes. En général, au bout d'un certain temps t, la longueur parcourue suivant la ligne de tir, en vertu de la vitesse initiale, serait $t.50^m$, et la hauteur dont le projectile a dû tomber verticalement pendant le même temps, est

$$\frac{1}{2}g.t^2.$$

On peut donc construire autant de points qu'on veut de la trajectoire.

La construction serait toujours la même pour une vitesse initiale quelconque V. L'espace parcouru suivant la ligne de tir, en vertu de la vitesse initiale et au bout d'un certain temps t, serait $V.t$.

Sur la ligne de tir AZ, prenons deux points m et n; les distances correspondantes Am et An sont proportionnelles aux temps t et t', pendant lesquels elles auraient été parcourues en vertu de la vitesse initiale; on a donc

$$Am : An :: t : t',$$

d'où

$$Am^2 : An^2 :: t^2 : t'^2.$$

Les verticales correspondantes mp et nq, qui sont les hauteurs dont le projectile est tombé au-dessous de la ligne de tir au bout des mêmes temps t et t', sont proportionnelles aux carrés de ces temps; on a donc

$$mp : nq :: t^2 : t'^2,$$

d'où

$$mp : nq :: Am^2 : An^2.$$

13. La courbe décrite par le projectile jouit donc de cette propriété que

Les verticales abaissées des différents points de la ligne de tir jusqu'à la rencontre de la trajectoire, sont entre elles comme les carrés des distances de ces verticales à l'origine.

Cette propriété suffit pour la caractériser complétement, et la fait reconnaître pour une courbe connue en géométrie sous le nom de *parabole*.

Nous allons démontrer quelques-unes des principales propriétés de la trajectoire dans le vide.

14. Le projectile tombe toujours verticalement au-dessous de la ligne de tir; par conséquent, il reste toujours dans le plan vertical passant par cette ligne. Ce plan vertical se nomme *plan de tir.*

Le point B (fig. 5) où la trajectoire coupe l'horizontale AX, menée par le point de départ, est le *point de chute*; l'angle que la direction de la trajectoire fait en ce point avec l'horizontale est *l'angle de chute.* La portion AB de l'horizontale, comprise entre le point de départ et le point de chute, est *la portée horizontale* ou *l'amplitude du jet.*

Par un point quelconque g pris sur l'horizontale, menons une verticale gk jusqu'à la rencontre de la ligne de tir; à cause des triangles semblables Agk, ABC, l'on a

$$gk : BC :: Ag : AB,$$

d'où

$$gk = \frac{BC . Ag}{AB};$$

d'un autre côté, on a

$$kh : BC :: Ah^2 : AC^2;$$

mais

$$Ak : AC :: Ag : AB;$$

donc

$$kh : BC :: Ag^2 : AB^2;$$

d'où

$$kh = \frac{BC . Ag^2}{AB^2}.$$

Pour la hauteur gh à laquelle le projectile passe au-dessus du point g, on a

$$gh = gk - kh;$$

donc

$$gh = \frac{BC.Ag}{AB} - \frac{BC.Ag^2}{AB^2} = \frac{BC.Ag}{AB^2}[AB - Ag];$$

mais

$$AB - Ag = Bg;$$

donc

$$gh = \frac{BC}{AB^2} Ag.Bg.$$

Le produit $Ag.Bg$ est la mesure du rectangle construit sur deux lignes dont la somme est AB.

La perpendiculaire gh, élevée en un point quelconque g, jusqu'à la rencontre de la courbe, se nomme une *ordonnée*. De la valeur trouvée pour gh, on peut conclure que : *une ordonnée quelconque est égale à la verticale* BC, *multipliée par le produit des distances du pied de cette ordonnée aux deux extrémités* A *et* B, *et divisée par le carré de la portée horizontale* AB.

15. Pour l'ordonnée MN élevée sur le milieu de AB, on a

$$MN = \frac{BC}{AB^2} AM.BM = \frac{BC}{AB^2} AM^2.$$

On sait que le plus grand rectangle qu'on puisse construire sur deux lignes dont la somme est donnée, est égal au carré fait sur la moitié de cette somme; on a donc

$$AM.BM \text{ ou } AM^2 > Ag.Bg;$$

et cela, quelle que soit la position du point g entre les deux points A et B. D'où l'on conclut que : *la plus grande ordonnée qu'on puisse mener entre* A *et* B, *est l'ordonnée élevée sur le milieu de* AB. Cette ordonnée, qui est la plus grande hauteur à laquelle s'élève le projectile, se nomme *la hauteur du jet.*

16. Prenons deux points d et g également distants du point M; nous avons pour les ordonnées de et gh élevées par ces points

$$de = \frac{BC.Ad.Bd}{AB^2} \text{ et } gh = \frac{BC.Ag.Bg}{AB^2}.$$

Puisque les points d et g sont également distants du point milieu M, on a :

$$Ad = Bg \text{ et } Ag = Bd;$$

d'où

$$Ad.Bd = Ag.Bg.$$

Par conséquent, $de = Bg$, c'est-à-dire que : *les ordonnées également distantes de l'ordonnée du milieu sont égales*. On en conclut que : *l'ordonnée du milieu divise la courbe en deux parties égales*.

La portion de la courbe comprise entre le point de départ A et le point le plus élevé N, se nomme *branche ascendante;* la portion comprise entre le point N et le point de chute, *branche descendante*. Dans le vide, ces deux branches sont égales; par conséquent, l'angle de chute est égal à l'angle de tir.

17. La verticale Mp élevée sur le milieu de AB, jusqu'à la rencontre de la ligne de tir est égale à $\frac{BC}{2}$. D'un autre côté, on a

$$pN : BC :: AB^2 : AM^2,$$

d'où

$$pN = \frac{BC}{4}.$$

Or :

$$MN = Mp - pN = \frac{BC}{2} - \frac{BC}{4} = \frac{BC}{4}.$$

Dans le triangle rectangle BAC, on a

$$BC = AB . \textit{tang}\, A,$$

donc

$$MN = \frac{1}{4} AB . \textit{tang}\, A;$$

c'est-à-dire que : *dans le vide, la hauteur du jet est égale au quart de la portée horizontale multipliée par la tangente de l'angle de tir.*

Pour un angle de tir de 45°, BC = AB. On en conclut que : *dans le vide et pour un angle de tir de 45°, la hauteur du jet est justement égale au quart de la portée horizontale.*

18. Cherchons maintenant comment on peut calculer la portée horizontale, quand on connait la vitesse initiale et l'angle de tir.

Supposons d'abord un angle de 45°.

Sur la ligne de tir AZ (fig. 6), prenons une longueur A*c* égale à la vitesse initiale V; c'est-à-dire que A*c* est justement la longueur que le projectile parcourrait suivant la ligne AZ, pendant la première seconde de son mouvement, s'il n'était pas soumis à la pesanteur. La verticale correspondante *cb* est la hauteur dont le projectile tombe pendant la première seconde; par conséquent,

$$cb = \frac{1}{2}g;$$

on a

$$cb : CB :: Ac^2 : AC^2 \text{ ou } \frac{1}{2}g : CB :: V^2 : AC^2.$$

L'angle A étant de 45°, on a BC = AB; par conséquent

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2AB^2;$$

il vient donc

$$\frac{1}{2}g : AB :: V^2 : 2AB^2,$$

d'où

$$AB = \frac{V^2}{g};$$

c'est-à-dire que : *dans le vide et sous l'angle de 45°, la portée horizontale est égale au carré de la vitesse initiale divisé par le nombre constant* 9,8088.

Ainsi, par exemple, pour une vitesse initiale de 100 mètres

et un angle de tir de 45°, la portée horizontale dans le vide serait

$$\frac{10000^{m}}{9,8088}=1019^{m},5.$$

19. Si nous supposons l'angle de tir quelconque, nous avons $BC=AB.\ tang\,A$.

D'où

$$\frac{1}{2}g:AB.tang A::V^2:AB^2(1+tang^2 A).$$

$$AB=\frac{2V^2.\ tang A}{g(1+tang^2 A)}.$$

Or

$$tang A=\frac{Sin\ A}{Cos\ A};$$

d'où

$$\frac{tang A}{1+tang^2 A}=Sin A\ Cos A;$$

mais

$$2\,Sin\,A\ .Cos\,A=Sin\,2\,A;$$

on a donc

$$AB=\frac{V^2.\ Sin\,2\,A}{g},$$

c'est-à-dire que : *dans le vide, la portée horizontale est égale au carré de la vitesse initiale multiplié par le sinus de l'angle double de l'angle de tir, et divisé par le nombre constant* g.

Pour $A=45°$, $sin\,2\,A=1$. Pour toute autre valeur de A plus grande ou moindre que 45°, $sin\,2\,A$ est moindre que 1. On en conclut que : *dans le vide, l'angle de 45° est l'angle de plus grande portée, c'est-à-dire, celui qui, pour une même vitesse initiale, donne la plus grande portée horizontale.*

La portée horizontale reste la même en prenant des angles de tir également éloignés de 45°. En effet, en prenant

$$A=45°+a,$$

on a

$$Sin\,2\,A=Sin\,(90+2a);$$

et en prenant

$$A=45°-a,$$

on a

$$Sin\,2A = Sin\,(90 - 2a).$$

Or

$$Sin\,(90 + 2a) = Sin\,(90 - 2a).$$

Ainsi, dans le vide, pour une même vitesse initiale, les angles de tir de 60° et de 30° donneraient même portée horizontale.

De l'expression

$$AB = \frac{V^2 . Sin\,2A}{g}$$

on conclut que : *dans le vide et pour un même angle de tir, les portées horizontales sont proportionnelles aux carrés des vitesses initiales.*

RÉSISTANCE DE L'AIR.

20. Lorsqu'un corps se meut dans l'air, il éprouve une résistance qui est dirigée en sens contraire de son mouvement, et tend, par conséquent, à détruire la vitesse dont il est animé.

Cette résistance dépend à la fois de la forme et de l'étendue de la surface sur laquelle elle s'exerce, ainsi que de la vitesse du mobile. Pour les corps sphériques, tels que les projectiles de l'artillerie, on a trouvé, par expérience, qu'elle est proportionnelle à la surface, et qu'elle croît plus rapidement que le carré de la vitesse.

En se fondant sur les résultats d'expériences connus jusqu'à présent, et en se servant des lois empiriques déduites de ces mêmes expériences, on trouve que pour une sphère d'un rayon de 100^{mm}, animée d'une vitesse de 100^{m} par seconde, la résistance est de $13^{k},95$; c'est-à-dire, qu'à l'instant où une pareille sphère se meut dans l'air avec une vitesse de 100^{m}, elle éprouve une résistance qui tend à ralentir son mouvement, comme si elle était tirée en arrière avec une force équivalente à un poids de $13^{k},95$.

On conçoit que par l'effet de cette force retardatrice, la vitesse doit aller en diminuant progressivement d'une manière continue, et que la résistance elle-même, qui dépend de la vitesse, doit diminuer en même temps.

Le tableau suivant donne les résistances correspondant à différentes vitesses pour une sphère d'un rayon de 100^{mm}.

Vitesse par seconde.

500^{m}	400^{m}	300^{m}	200^{m}	100^{m}	50^{m}	25^{m}

Résistance.

$510^{k},57$	$300^{k},36$	$154^{k},45$	$62^{k},22$	$13^{k},95$	$3^{k},92$	$0^{k},78.$

La résistance étant proportionnelle à la surface, par conséquent au carré du rayon, il est facile de calculer la résistance éprouvée par une sphère d'un rayon donné, quand on connait celle éprouvée par une sphère d'un rayon de 100^{mm}. Ainsi, par exemple, le boulet de 24 ayant un rayon de 74^{mm}, l'on a la résistance qu'il éprouve, pour une vitesse de 300^{m}, au moyen de la proportion :

$$x : 154,45 :: \overline{74}^2 : \overline{100}^2 ;$$

d'où

$$x = 84^{k},57.$$

On trouverait de la même manière $53^{k},96$ pour la résistance qu'éprouve à la même vitesse le boulet de 12, dont le rayon est de 59^{mm}.

Puisque la force retardatrice que l'air oppose au mouvement des projectiles est proportionnelle à leur surface, elle est plus grande pour les gros projectiles que pour les petits ; mais, d'un autre côté, la force qu'il faut opposer à un projectile pour détruire la vitesse dont il est animé, doit être d'autant plus grande qu'il est plus lourd. Ainsi, par exemple, pour arrêter un boulet de 24 animé d'une certaine vitesse, il faut une résistance double de celle qui arrêterait un boulet de 12 animé de la même vitesse. Nous devons donc concevoir que l'effet de la résistance de l'air est en raison directe de la surface des projectiles, et en raison inverse de leur poids ; or, les surfaces sont

proportionnelles aux carrés des rayons, tandis que, pour les projectiles pleins, les poids sont proportionnels aux cubes des rayons. Il en résulte que, pour les projectiles pleins, l'effet de la résistance de l'air doit être en raison inverse des rayons. On voit donc que, sous ce rapport, les gros projectiles ont l'avantage sur les petits.

Pour faire bien comprendre cet avantage des gros calibres, reprenons les résultats numériques trouvés plus haut. La force retardatrice qui agit sur le boulet de 24 animé d'une vitesse de 300^{m}, est de $84^{k},57$; tandis qu'elle n'est que de $53^{k},96$ pour le boulet de 12 animé de la même vitesse; mais le boulet de 24 peut être considéré comme formé par la réunion de deux boulets de 12: en partageant en deux la force totale de $84^{k},57$, on n'a que $42^{k},28$ pour chacun de ces boulets de 12. Le boulet de 24 ne se trouve donc retardé que comme le serait un boulet de 12 soumis à l'action d'une force retardatrice de $42^{k},28$, au lieu de $53^{k},96$.

De tout ce qui précède, il est facile de conclure que l'effet de la résistance de l'air doit être moindre sur les projectiles pleins que sur les projectiles creux de même diamètre; que cet effet doit être encore moindre sur les projectiles en plomb que sur ceux en fer de même calibre, parce que, sous le même volume, le plomb pèse plus que le fer.

FORCE DÉVIATRICE

résultant du mouvement de rotation des projectiles.

21. Outre la résistance dont nous venons de parler, les projectiles éprouvent encore un autre genre de résistance provenant du mouvement de rotation qui leur est toujours imprimé par les frottements et les chocs qu'ils éprouvent, pendant leur trajet dans l'âme. Cette résistance n'étant pas, comme la première, dirigée exactement en sens contraire du mouvement de translation, produit des déviations latérales, et doit être considérée comme la principale cause des irrégularités du tir.

Pour bien faire comprendre d'où vient cette force et comment elle agit, imaginons une sphère flottant sur l'eau dans laquelle elle plonge à moitié (fig. 7); supposons que cette sphère prenne un mouvement de rotation autour d'un axe horizontal, et dans le sens indiqué par les flèches; l'hémisphère plongé dans l'eau éprouve des frottements beaucoup plus considérables que celui qui est plongé dans l'air. Il est facile de voir que l'effet de ces frottements est de pousser la sphère dans le sens indiqué par la flèche horizontale, et de lui imprimer un mouvement de translation dont la vitesse dépend de la rapidité du mouvement de rotation.

Si l'axe de rotation ne reste pas toujours parallèle à la même direction, et prend différents degrés d'inclinaison par rapport à la surface du liquide, il en résulte des changements dans la direction du mouvement de translation imprimé à la sphère. Il n'y a qu'une seule position pour laquelle le mouvement de rotation ne tend à produire aucun mouvement de translation, c'est lorsque l'axe de rotation est perpendiculaire à la surface du liquide.

Maintenant, considérons un projectile se mouvant dans l'air avec une très-grande vitesse suivant la direction OX (fig. 8). Les couches d'air qui sont en avant sont fortement comprimées, tandis que celles qui sont en arrière sont dilatées; seulement, il n'y a plus ici, comme dans le cas précédent, une séparation brusque entre les milieux qui pressent sur les deux hémisphères; la condensation du fluide diminue progressivement depuis la partie antérieure jusqu'à la partie postérieure. Si le projectile prend un mouvement de rotation, dans le sens indiqué par les flèches, autour d'un axe perpendiculaire à la direction OX, les frottements qui ont lieu sur l'hémisphère antérieur, sont plus considérables que ceux qui ont lieu sur l'hémisphère postérieur. L'effet évident de ces frottements est de pousser le projectile dans le sens OA; il en résulte donc une déviation.

Il est facile de voir qu'il se produit une force déviatrice analogue, toutes les fois que l'axe de rotation fait un angle

quelconque avec la direction du mouvement de translation. Il n'y a que dans le cas où l'axe de rotation se confond avec cette direction même, qu'il ne se produit aucune force déviatrice.

Si l'axe de rotation reste toujours parallèle à la même direction, la déviation a toujours lieu dans le même sens et va en augmentant; si l'axe de rotation change de direction, le sens de la déviation change en même temps. Or, toutes les fois que l'axe de rotation ne se confond pas avec la direction du mouvement de translation, il se déplace nécessairement, et tourne plus ou moins rapidement autour de la droite qui indique la direction de ce mouvement; il en résulte que le sens de la déviation tourne aussi autour de cette droite. Un projectile d'abord poussé de droite à gauche, peut être successivement poussé de bas en haut, puis de gauche à droite, puis de haut en bas, etc., de sorte qu'en réalité il décrit une courbe serpentante.

Lorsque l'axe de rotation se déplace rapidement, le sens de la force déviatrice change en même temps, et l'écart ne peut pas devenir considérable : c'est le cas le plus favorable à la justesse du tir. Lorsqu'au contraire l'axe de rotation se déplace lentement, la force déviatrice agit pendant longtemps dans le même sens, et l'écart peut devenir assez considérable.

TRAJECTOIRE DANS L'AIR.

22. D'après ce qui précède, la trajectoire dans l'air n'est pas toujours située tout entière dans le plan de tir, puisque le projectile peut se trouver soumis à l'action de forces déviatrices qui le poussent successivement à droite et à gauche de ce plan; mais comme il est impossible de prévoir le sens et la vitesse du mouvement de rotation, produit par les chocs et les frottements qui ont lieu dans l'âme, on doit faire abstraction du mouvement de rotation, et ne tenir compte que de la résistance due au mouvement de translation laquelle est toujours dirigée en sens contraire de ce mouvement.

Il est bien évident que l'effet de cette résistance doit être

de diminuer la portée. Pour nous en faire une idée, comparons quelques portées calculées dans l'hypothèse du vide avec celles qui ont réellement lieu dans l'air.

Pour un angle de tir de 45° et une vitesse initiale de 500^{m}, la portée horizontale dans le vide serait de 25489^{m}.

Pour un boulet de 24 lancé avec la même vitesse initiale de 500^{m}, la plus grande portée qu'on puisse obtenir dans l'air est d'environ 4800^{m}.

On voit que pour les grandes vitesses et les grands angles de tir, la résistance de l'air apporte d'énormes différences; mais ces différences deviennent beaucoup moindres pour les petites vitesses et les petits angles.

Pour un angle de tir de 8° — 30′ et une vitesse initiale de 120^{m}, la portée horizontale dans le vide serait de 440^{m}.

Les tables de tir, vérifiées autant que possible par l'expérience, indiquent 400^{m} pour la portée d'un boulet de 24, lancé sous le même angle et avec la même vitesse.

23. Nous avons vu que la trajectoire dans le vide est complétement déterminée par cette condition : que les hauteurs verticales, dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir, sont entre elles comme les carrés des distances mesurées sur cette ligne. Pour déterminer la trajectoire dans l'air, il faudrait connaître la loi suivant laquelle varient les longueurs des verticales abaissées des différents points de la ligne de tir jusqu'à la trajectoire. La solution de ce problème exige des calculs longs et difficiles. Tout ce qu'on peut prévoir sans calcul, c'est que dans l'air, ces verticales doivent croître plus rapidement que dans le vide; or, dans le vide, elles croissent comme les carrés des distances mesurées sur la ligne de tir; par conséquent, dans l'air, elles croissent plus rapidement que les carrés des distances mesurées sur cette ligne.

En effet, par deux points m et n pris sur la ligne de tir AZ (fig. 9), abaissons les verticales mp et nq'. Si le mouvement avait lieu dans le vide, on aurait

$$nq' : mp :: An^2 : Am^2,$$

d'où

$$nq' = mp\,\frac{An^2}{Am^2}.$$

Si, à partir du point p, nous supposons que le projectile ayant toujours même vitesse et même direction, soit soumis à l'action de la résistance de l'air, il est évident qu'il ne vient rencontrer la verticale menée par le point n qu'en un point q plus bas que le point q'; on a donc

$$nq > mp\,\frac{An^2}{Am^2},$$

et par suite

$$mp < nq\,\frac{Am^2}{An^2}.$$

Pour un même projectile, la différence est d'autant plus grande que la vitesse initiale et l'angle de tir sont plus grands. Pour deux projectiles différents, lancés sous le même angle et avec la même vitesse, la différence est d'autant plus grande que le projectile est plus petit, ou qu'il est plus léger pour le même volume.

24. De ce que les verticales croissent plus rapidement que les carrés des distances mesurées sur la ligne de tir, nous pouvons conclure que la trajectoire dans l'air enveloppe complétement, depuis le point de départ jusqu'au point de chute, la parabole qui, pour un même angle de tir, donnerait la même portée horizontale.

Soit ApB (fig. 10) la trajectoire décrite dans l'air par un projectile lancé sous un angle ZAX.

Supposons que le même projectile soit lancé dans le vide, sous le même angle, mais avec une vitesse initiale moindre et telle que la portée horizontale soit la même. Je dis que la trajectoire ApB, décrite dans l'air, enveloppe complétement, depuis le point A jusqu'au point B, la trajectoire AqB décrite dans le vide.

En effet, d'un point quelconque m pris sur la ligne de tir AZ,

abaissons une verticale qui rencontre la trajectoire dans l'air en p, et la parabole en q; nous aurons :

$$mq : Bc :: Am^2 : Ac^2 ;$$

d'où

$$mq = Bc \cdot \frac{Am^2}{Ac^2}.$$

Nous avons vu (22) que, pour la trajectoire dans l'air, on devait avoir

$$mp < Bc \cdot \frac{Am^2}{Ac^2};$$

donc, le point p est situé au-dessus du point q.

Il est évident qu'il en est de même pour tous les autres points situés entre A et B; mais le contraire a lieu pour tous les points situés au delà du point B, c'est-à-dire, qu'au delà de ce point, la trajectoire dans l'air passe au-dessous de la trajectoire dans le vide.

25. Nous avons vu (17) que, dans le vide, la hauteur du jet est égale au quart de la portée horizontale, multipliée par la tangente de l'angle de tir; nous pouvons donc conclure que, dans l'air, la hauteur du jet est plus grande que le quart de la portée horizontale, multipliée par la tangente de l'angle de tir. La différence est d'autant plus grande, toutes choses égales d'ailleurs, que le projectile est plus petit. Ainsi, dans les polygones, lorsque les mortiers tirent à la même distance et sous le même angle, on peut remarquer que la bombe de 22^c s'élève plus haut que celle de 27^c, et celle de 27^c plus haut que celle de 32^c.

26. Soit Mp (fig. 11) la plus grande ordonnée de la trajectoire dans l'air; prenons deux points d et g à égale distance du point M. Si le mouvement avait lieu dans le vide, nous aurions

$$Kh = fe \frac{AK^2}{Af^2}, \text{ et } gh = de;$$

mais comme le mouvement a lieu dans l'air, on a

$$Kh > fe . \frac{AK^2}{Af^2};$$

il en résulte que gh est plus petit que de. Nous pouvons en conclure que, dans l'air, la branche ascendante et la branche descendante ne sont pas égales; que le point le plus élevé de la courbe est plus rapproché du point de chute que du point de départ; et enfin, que l'angle de chute est toujours plus grand que l'angle de tir.

Dans l'air, l'angle de plus grande portée est toujours moindre que 45°, et d'autant plus petit que la vitesse initiale est plus grande.

27. Lorsque l'angle de tir est très-petit, la direction du mouvement est à très-peu près horizontale dans toute la partie de la trajectoire qui est située au-dessus du plan horizontal, et dans celle qui ne s'écarte qu'un peu au-dessous de ce plan. Or, la résistance de l'air est toujours dirigée exactement en sens contraire du mouvement; par conséquent, la direction de cette résistance se trouve, à très-peu de chose près, perpendiculaire à la direction de la pesanteur, qui est toujours verticale; il s'ensuit qu'elle ne peut altérer que d'une manière presque insensible la vitesse verticale produite par la pesanteur.

Nous allons déduire de là le principe fondamental qui sert de base à la théorie du pointage.

Supposons un projectile lancé suivant une certaine direction AZ (fig. 12), faisant un très-petit angle avec le plan horizontal. Si ce projectile était soustrait à l'action de la pesanteur et soumis à la résistance de l'air, il se mouvrait sans quitter la ligne AZ, et au bout d'un certain temps t, il aurait parcouru sur cette ligne une certaine longueur AC. Mais, en vertu de la pesanteur, il a dû tomber pendant le temps t d'une certaine hauteur CB, au-dessous de la ligne de tir.

Maintenant, supposons ce même projectile lancé avec la même vitesse initiale, suivant une nouvelle direction AZ' très-

peu différente de la première. Si nous admettons que la résistance de l'air ne s'exerce que suivant la direction de la ligne de tir, en vertu de la vitesse initiale et de la résistance de l'air, il a dû parcourir, pendant le même temps t, une longueur $AC' = AC$; mais, en vertu de la pesanteur, il a dû tomber, pendant ce même temps t, d'une hauteur $C'B' = CB$; d'où l'on conclut que :

Pour un même projectile et pour une même vitesse initiale, la hauteur dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir est toujours la même, pour une même distance mesurée sur cette ligne, quel que soit l'angle de tir, pourvu toutefois que cet angle reste très-petit.

En effet, nous ne pouvons admettre que les verticales CB et C'B' sont égales, que parce que nous supposons que la direction du mouvement étant à très-peu près horizontale, la résistance de l'air ne s'exerce que suivant la ligne de tir, et n'altère en rien le mouvement produit par la pesanteur.

Il résulte de là que ce principe, vrai dans le vide pour tous les angles de tir, ne peut être regardé comme suffisamment approché dans la pratique, que pour les angles de tir qui ne dépassent pas ceux qu'on a coutume d'employer dans le tir de plein fouet.

On peut encore regarder ce principe comme suffisamment approché quand l'angle de tir est assez grand, mais la vitesse initiale très-faible; parce que, dans ce cas, la courbe décrite dans l'air ne diffère pas beaucoup de la parabole qui donnerait même portée horizontale pour le même angle de tir.

TIR DE PLEIN FOUET.

28. Une pièce tire de plein fouet quand le projectile vient frapper directement et sous un angle quelconque un but découvert, et visible de la batterie.

Nous avons déjà dit qu'il était impossible de tenir compte

des déviations latérales résultant du mouvement de rotation; on doit donc faire abstraction de ces déviations, et supposer que le projectile tombe toujours verticalement au-dessous de la ligne de tir; par conséquent, pour pointer une pièce, il faut la diriger de manière que le prolongement de l'axe, qui n'est autre chose que la ligne de tir AZ (fig. 13), vienne passer verticalement au-dessus du but B, à une hauteur BC égale à la hauteur dont le projectile tombe au-dessous de la ligne de tir, à la distance AC.

Avant de discuter les moyens de parvenir à ce résultat, commençons par rappeler les principales dispositions du tracé des pièces.

Les pièces peuvent tourner autour de leurs tourillons; l'axe des tourillons *pq* est perpendiculaire à l'axe de la pièce ZX (fig. 14); par conséquent, lorsque l'axe des tourillons est horizontal, l'axe de la pièce ne peut se mouvoir que dans un plan vertical; ce plan est alors le plan de tir pour toutes les inclinaisons de la pièce. Quand l'axe des tourillons n'est pas horizontal, il en résulte des erreurs de pointage dont nous nous occuperons plus loin; quant à présent, nous supposons cet axe parfaitement horizontal.

Un plan mené par l'axe de la pièce perpendiculairement à l'axe des tourillons, coupe le bourlet et la plate-bande de culasse en deux points A et E, qui déterminent les crans de mire.

La ligne droite qui passe par ces crans de mire se nomme *ligne de mire naturelle.*

BUT EN BLANC.

29. Quand l'axe des tourillons est horizontal, l'axe de la pièce et la ligne de mire naturelle sont situés dans un même plan vertical; par conséquent, si on dirige la pièce de manière que la ligne de mire naturelle passe par le but, on est certain que le plan vertical dans lequel peut se mouvoir l'axe de la pièce, c'est-à-dire le plan de tir, passe aussi par le but; il ne reste donc plus à s'occuper que de l'inclinaison de l'axe.

Le rayon EG (fig. 15) de la plate-bande de culasse étant plus grand que le rayon AF du bourlet, la ligne de mire fait avec l'axe un angle EHG qu'on nomme *angle de mire naturel.* La trajectoire s'écarte d'abord très-peu de la ligne de tir; par conséquent, elle vient couper la ligne de mire en un point qui se confond avec le point H où cette ligne est coupée par le prolongement de l'axe; ensuite, elle s'écarte de plus en plus de la ligne de tir, et finit par venir couper la ligne de mire en un second point B, qu'on nomme *but en blanc naturel;* on a donc cette définition :

Le but en blanc naturel est le second point d'intersection de la trajectoire avec la ligne de mire naturelle.

La distance de ce point à la bouche à feu se nomme *portée de but en blanc.* Il est clair que, pour une même pièce, la portée de but en blanc varie avec la vitesse initiale, par conséquent, avec le poids de la charge ; et pour une même charge, elle dépend encore de la qualité de la poudre, du mode de chargement, du vent du boulet, de l'état de l'âme, etc. Lorsqu'on parle de la portée de but en blanc des canons, sans indiquer la charge, on sous-entend toujours la charge du tiers du poids du boulet.

30. Le premier point de rencontre H de la trajectoire avec la ligne de mire se nomme *premier but en blanc;* la distance FH de ce point est donnée par les triangles semblables AFH, EDA. On a

$$FH : DA :: AF : DE,$$

d'où

$$FH = \frac{DA \times AF}{DE}.$$

Quant à l'angle de mire naturel EHG, il est égal à l'angle EAD; et dans le triangle rectangle EAD, on a

$$DE = AD . \textit{tang}\, A;$$

d'où

$$\textit{tang}\, A = \frac{DE}{AD}.$$

AF est le rayon du plus grand renflement du bourlet, ou de la plate-bande de volée pour les obusiers ; DE est la différence entre ce rayon et le rayon de la plate-bande de culasse ; enfin, DA est l'intervalle compris entre ces deux rayons. Nous appellerons cet intervalle *longueur de la pièce*. Au moyen des dimensions de ces trois lignes, on peut calculer la distance du premier but en blanc et l'angle de mire naturel.

DÉSIGNATION des PIÈCES.			Rayon de la plate-bande de culasse.	Rayon du bourlet ou de la plate-bande de volée.	Différence entre ces deux rayons.	Longueur de la pièce.	Distance du premier but en blanc.	Angle de mire naturel.
			m.	m.	m.	m.	m.	
De siége et de place.	Canon de	24	0,2445	0,175	0,0695	3,211	8,085	1°15′48″
	—	16	0,214	0,153	0,061	3,086	7,743	1 9 3
	—	12	0,194	0,1385	0,0555	2,913	7,269	1 6 31
	—	8	0,170	0,121	0,049	2,621	6,572	
De campagne.	—	12	0,169	0,1335	0,035	2,086	7,844	= 59 46
	—	8	0,147	0,116	0,031	1,818	6,802	= 59 46
Obusiers	de	22^c	0,225	0,205	0,020	1,310	13,40	1 = =
	—	16^c	0,175	0,145	0,031	1,880	9 086	1 = =
	—	15^c	0,155	0,128	0,027	1,710	8,106	1 = =
	—	12^c	0,095	0,0875	0,0075	0,80	10,125	= 30 =
De la marine.	Canon de	30	0,2945	0,2205	0,074	2,690	8,015	1 34 =
	Obusier de	22^c	0,332	0,222	0,110	2,490	5,025	1 30 =

31. La considération de ce premier but en blanc ne ferait que compliquer fort inutilement la théorie du pointage ; on peut s'en débarrasser très-facilement en supposant l'axe de la pièce transporté parallèlement à lui-même et passant par le cran de mire du bourlet, de manière que la ligne de mire et la ligne de tir se coupent exactement en ce point (fig. 16).

Cette hypothèse, qui simplifie beaucoup toutes les questions relatives au pointage, revient à supposer qu'en chaque point de la trajectoire le centre du projectile est plus élevé qu'il ne l'est réellement d'une quantité égale au rayon du plus grand renflement du bourlet ; or, ce rayon surpasse à peine un calibre ; c'est donc une erreur à peu près égale au diamètre du projectile ; une pareille erreur est tout à fait insignifiante

dans la pratique, surtout pour les grandes distances. Dans tous les cas, il est facile de la corriger en diminuant toutes les ordonnées de la trajectoire d'une quantité constante égale à ce rayon.

32. Supposons le but B au niveau de la batterie (fig. 17); la ligne de mire naturelle est horizontale, et les deux triangles semblables ABC, ADE donnent

$$BC : DE :: AB : AD.$$

AB est la distance du but, nous la représenterons par D; AD est la longueur de la pièce, nous la représenterons par l; enfin, DE est la différence entre le rayon de la plate-bande de culasse et celui du bourlet. En représentant ces rayons par R et r, on a $DE = (R - r)$; d'où

$$BC : (R - r) :: D : l \qquad BC = \frac{D(R - r)}{l}.$$

Lorsque la ligne de mire naturelle est dirigée sur le but, on dit que la pièce est *pointée de but en blanc.*

Supposons qu'un canon de 24 soit pointé de but en blanc sur un but placé à 700^m, et cherchons quelle est la hauteur verticale à laquelle l'axe de la pièce passe au-dessus du but; nous avons

$$D = 700^m; \ (R - r) = 0^m,0695; \quad l = 3^m,211,$$

$$BC = \frac{700 \times 0,0695}{3,211} \ B = 15^m,15.$$

Pour que la portée de but en blanc du canon de 24 soit de 700^m, il faut donc une vitesse initiale telle qu'à cette distance le boulet soit tombé de $15^m,15$ au-dessous de la ligne de tir.

DE LA HAUSSE.

33. Lorsque l'on veut atteindre un point placé à une distance plus grande que la portée de but en blanc, il faut augmenter l'inclinaison de la pièce. C'est à quoi l'on parvient en augmentant le rayon de la plate-bande de culasse d'une quantité EK (fig. 18) variable suivant la distance, et qu'on appelle la hausse; nous représenterons cette hausse par h.

Les deux triangles semblables KAD, ABC donnent

$$BC : DK :: AB : AD;$$

d'où

$$BC = \frac{AB \times DK}{AD}.$$

Le côté DK est égal à $(R - r) + h$, c'est-à-dire, à la différence des rayons augmentée de la hausse. Comme cette quantité se représente à chaque instant, nous l'appellerons hausse totale, et nous la représenterons par H; on a donc

$$BC = \frac{D \times H}{l};$$

d'où

$$H = \frac{BC \times l}{D}.$$

La ligne de mire KB, déterminée au moyen de la hausse, se nomme *ligne de mire artificielle;* et le point B, *but en blanc artificiel.*

34. Supposons maintenant que le but B (fig. 19) ne soit pas au niveau de la batterie. La ligne de mire AB, qui est toujours dirigée vers le but, fait avec le plan horizontal un angle BAX qu'on nomme *angle d'élévation du but*, et qui est *positif* ou *négatif* suivant que le but est *plus haut* ou *plus bas* que la batterie. Nous représenterons cet angle par ε.

L'axe de la pièce vient toujours passer à une certaine hauteur verticale BC (fig. 19) au-dessus du but. L'angle CAX est l'angle de tir; nous le représenterons par P. L'angle CAB que fait l'axe de la pièce avec la ligne de mire est l'angle de mire; cet angle est égal à l'angle de tir CAX, moins l'angle d'élévation du but BAX; nous le représenterons par a. Nous aurons donc

$$a = (P - \varepsilon).$$

Dans le triangle BAC, on a

$$BC : BA :: Sin\, a : Sin\, BCA.$$

L'angle BCA est le complément de l'angle de tir P; par conséquent,

$$Sin\, BCA = Cos\, P = Cos(a + \varepsilon) = Cos\, a.\, Cos\, \varepsilon - Sin\, a\, Sin\, \varepsilon.$$

On a donc

$$BC : BA :: Sin\ a : (Cos\ a.\ Cos\ \varepsilon - Sin\ a.\ Sin\ \varepsilon).$$

Dans le triangle rectangle KAD, on a

$$DK = AK.\ Sin\ a. \qquad Sin\ a = \frac{DK}{AK};$$

$$AD = AK.\ Cos\ a. \qquad Cos\ a = \frac{AD}{AK};$$

De plus,

$$DK = H,\ AD = l;\ AB = D.$$

Mettant ces valeurs dans la proportion précédente il vient

$$BC : D :: \frac{AK}{H} : \left(\frac{l}{AK}\ Cos\ \varepsilon - \frac{H}{AK}\ Sin\ \varepsilon\right)$$

$$BC : D :: H : (l.\ Cos\ \varepsilon - H\ Sin\ \varepsilon),$$

d'où

$$H = \frac{BC.\ l.\ Cos\ \varepsilon}{D + BC.\ Sin\ \varepsilon}.$$

L'angle de mire restant toujours très-petit, on peut admettre, sans erreur appréciable, que tant que la distance du but AB = D reste la même, la distance AC, mesurée sur la ligne de tir, reste aussi la même; mais alors la quantité BC, dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir à la distance AC, ne varie pas. Or, l'expression trouvée pour la valeur de H fait voir que, tant que D et BC ne varient pas, H diminue, lorsque l'angle d'élévation du but ε augmente; mais, dans les limites ordinaires du tir de plein fouet, cette diminution est tellement faible qu'elle doit être négligée dans la pratique. D'un autre côté, lorsque l'angle ε augmente, la distance AC et, par suite, la hauteur BC augmentent aussi; il en résulte une légère augmentation de hausse, assez faible aussi pour être négligée. Ces deux erreurs, dont chacune, prise séparément, peut être négligée, sont en sens contraire et se compensent en partie. Nous pouvons donc établir ce principe important pour la pratique :

Dans le tir de plein fouet, la hausse dépend uniquement

de la distance, et reste invariable quel que soit l'angle d'élévation du but.

D'après cela, quel que soit l'angle d'élévation du but, nous pourrons toujours nous contenter d'exprimer la relation qui existe entre la hausse totale, la quantité dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir, et la distance du but, au moyen de la proportion

$$H : BC :: l : D.$$

Lorsque la hausse totale H est égale à la différence des rayons $(R - r)$, la distance D est justement la portée de but en blanc; or, d'après ce que nous venons de voir, cette distance ne doit pas varier avec la hauteur du but; d'où l'on conclut que la portée de but en blanc est toujours la même, quel que soit l'angle d'élévation du but; par conséquent, dans la définition du but en blanc, il est inutile d'introduire, comme on le fait quelquefois, cette condition, *que la ligne de mire naturelle soit horizontale,* c'est-à-dire, que le but soit au niveau de la bouche à feu.

DÉVIATIONS VERTICALES

correspondant à des erreurs de hausse.

35. La proportion $H : BC :: l : D$ donne la relation entre la hausse totale, et la hauteur BC à laquelle l'axe de la pièce passe au-dessus du but. Pour que H soit la bonne hausse correspondant à la distance D, il faut que la hauteur correspondante BC soit justement la hauteur dont le projectile tombe au-dessous de l'axe, à la distance D.

Si, au lieu d'employer la hausse H correspondant à la distance D, on emploie une hausse différente H', l'axe de la pièce passe au-dessus du but à une hauteur BC', différente de BC, et l'on a

$$H' : BC' :: l : D;$$

d'où

$$H' : BC' :: H : BC,$$

ou

$$H' : H :: BC' : BC.$$

On en tire

$$(H' - H) : H :: (BC' - BC) : BC,$$

ou

$$(H' - H) : BC' - BC) :: H : BC;$$

Et, enfin,

$$(H' - H) : (BC' - BC) :: l : D.$$

Puisque H est la bonne hausse correspondant à la distance D, BC est la hauteur dont le projectile tombe au-dessous de l'axe, à cette distance; il tombe donc au-dessous du point C' d'une hauteur égale à BC; par conséquent, il passe au-dessus du but à une hauteur égale à BC' — BC. Si la hausse employée H' était moindre que la bonne hausse H, le projectile passerait au-dessous du but à une hauteur égale à BC — BC'.

(H' — H) est l'erreur de hausse; B'C — BC est la déviation verticale correspondante; on a donc, entre l'erreur de hausse et la déviation verticale correspondante, cette relation :

L'erreur de hausse est à la déviation verticale correspondante, comme la longueur de la pièce est à la distance du but.

Au moyen de cette relation, on peut calculer le tableau suivant :

DÉVIATION VERTICALE

correspondant à une erreur de hausse de 1^{mm} *pour chaque cent mètres de distance du but.*

			mm.
Pièces de siége et de place.	Canon de	24	31,1
	—	16	32,4
	—	12	34,3
De campagne.	—	12	47,9
	—	8	55,0
Obusiers	de	22^c	76,3
	—	16	53,1
	—	15	58,4
	—	12	116,2

Ainsi, par exemple, pour une pièce de 12 de campagne tirant à 600^m, une erreur de hausse de 1^{mm} correspond à une déviation verticale de $0^m,287$; il faudrait une erreur de un centimètre de hausse pour produire une déviation verticale de $2^m,87$.

HAUSSE NÉGATIVE.

36. Pour atteindre un but placé à une distance moindre que la portée de but en blanc, il faudrait diminuer l'angle que l'axe de la pièce fait avec la ligne de mire naturelle. C'est à quoi l'on parviendrait, en diminuant la différence entre les rayons du bourlet et de la culasse. Cette hauteur qu'il faudrait retrancher du rayon de la culasse se nomme *hausse négative*. Nous la représenterons par — h.

La hausse totale H est alors égale à $(R - r) - h$. Si, au lieu de pointer avec cette hausse H, on pointe de but en blanc, c'est-à-dire, avec une hausse totale égale à $R - r$, on commet une erreur de hausse égale à h; par conséquent, le projectile doit passer à une certaine hauteur y au-dessus du but, et l'on a

$$y : h :: D : l.$$

Puisque le projectile passe à une certaine hauteur y au-dessus du point visé, si, au lieu de pointer sur le but, on vise sur un point placé au-dessous du but à une hauteur égale à y, le projectile passera à la hauteur du but.

Or, il est impossible de retrancher la hausse négative du rayon de la culasse; on en est donc réduit à pointer, au moyen de la ligne de mire naturelle, à une certaine hauteur au-dessous du but. On a cette relation :

La hauteur à laquelle il faut viser au-dessous du but est à la hausse négative, comme la distance du but est à la longueur de la pièce.

37. Il n'est pas facile de déterminer à vue d'œil une certaine hauteur au-dessous du but; mais on peut, au moyen de la hausse positive, déterminer un point de repère sur lequel il suffit de pointer de but en blanc.

Pour cela, on commence par pointer de but en blanc sur le but B (fig. 20); on prend une hausse positive DE, égale à la hausse négative qu'il faudrait employer suivant la distance; on dirige un rayon visuel au moyen de cette hausse et du

cran de mire du bourlet. Ce rayon visuel vient rencontrer le terrain en un certain point G que l'on remarque attentivement, et sur lequel on pointe ensuite de but en blanc.

En effet, lorsqu'on vise sur le point G, c'est comme si l'on visait sur un point B', situé verticalement au-dessous du point B; les triangles semblables ABB' et ADE donnent

$$BB' : DE :: AB : AD, \text{ ou } BB' : h :: D : l.$$

CALCUL DES HAUSSES.

38. Au moyen de la formule

$$H = \frac{BC \, . \, l}{D},$$

on peut calculer la hausse totale correspondant à une distance D, lorsqu'on connaît la hauteur BC dont le projectile tombe au-dessous de l'axe à cette distance; par conséquent, si on connaissait la loi suivant laquelle varie cette hauteur BC, on en déduirait la loi suivant laquelle varie la hausse totale.

Nous avons vu que, dans le vide, la hauteur dont le projectile tombe au-dessous de l'axe varie proportionnellement au carré de la distance; de sorte que, si l'on représente par BC et B'C' les abaissements correspondant aux distances D et D', on a

$$BC : B'C' :: D^2 : D'^2.$$

Si l'on représente par H et H' les hausses totales correspondant à ces distances D et D', on a

$$H = \frac{BC \times l}{C}, \qquad H' = \frac{B'C' \times l}{D'}.$$

D'où

$$H : H' :: BC \times D' : B'C' \times D.$$

Multipliant cette proportion, terme à terme, par la proportion

$$BC : B'C' :: D^2 : D'^2,$$

il vient

$$H : H' :: D : D',$$

c'est-à-dire que, dans le vide, les hausses totales seraient justement proportionnelles aux distances du but, en supposant toujours, bien entendu, que les angles de tir soient assez petits pour que les distances mesurées sur la ligne de tir soient proportionnelles aux distances du but. Il suffirait donc de connaître la hausse totale correspondant à une seule distance pour en déduire toutes les autres. Dans l'air, cette relation n'est pas exacte, puisque les abaissements du projectile ne sont pas proportionnels aux carrés des distances ; néanmoins, entre deux distances qui ne diffèrent pas considérablement entre elles, on peut prendre les différences des hausses proportionnelles aux différences des distances.

Ainsi, par exemple, pour la pièce de 12 de campagne, les hausses correspondant à 800 et 900 mètres diffèrent entre elles de 12^{mm}. On peut admettre qu'entre ces deux distances, chaque millimètre de hausse correspond à une différence de portée de $8^{m},33$.

39. Dans l'air, les abaissements du projectile au-dessous de la ligne de tir croissent un peu plus rapidement que les carrés des distances ; il en résulte évidemment que les hausses totales doivent croître un peu plus rapidement que les distances.

Or, en supposant les hausses proportionnelles aux distances, la proportion

$$H : H' :: D : D'$$

donne

$$H : D :: H' : D', \text{ ou } \frac{H}{D} = \frac{H'}{D'},$$

c'est-à-dire, que le rapport de la hausse à la distance correspondante est constant. On peut donc poser

$$\frac{H}{D} = C;$$

C étant un nombre constant et indépendant de la distance.

Mais, puisqu'en réalité, les hausses croissent plus rapidement que les distances, le rapport $\frac{H}{D}$ ne reste pas constant, et doit croitre lui-même en même temps que la distance. Nous allons chercher une loi simple qui puisse nous servir à remplacer avec une approximation suffisante la loi réelle, mais inconnue, suivant laquelle ces variations s'effectuent.

Pour cela, nous supposons le rapport $\frac{H}{D}$ décomposé en deux parties, l'une qui reste constante, l'autre qui varie proportionnellement à la distance; ce qui donne

$$\frac{H}{D}=C+KD.$$

C et K étant des nombres constants, nous en tirons

$$H=CD+KD^2.$$

Nous avons de même

$$H'=CD'+KD'^2.$$

Nous en tirons la proportion

$$H:H'::D\times(C+K.D):D'\times(C+KD'),$$

ou

$$H:H'::D\times(1+\frac{C}{K}.D):D'(1+\frac{C}{K}D').$$

Enfin, posant

$$\frac{C}{K}=q,$$

on a

$$H:H'::D\times(1+qD):D'(1+qD').$$

Il est facile de voir que, dans cette proportion, on peut disposer du nombre q de manière que le rapport des hausses varie un peu plus rapidement que celui des distances. Nous allons vérifier si cette relation peut servir à représenter les résultats de l'expérience avec une approximation suffisante.

Il est clair, d'abord, que la valeur de q doit varier avec le calibre et la charge. Pour déterminer la valeur correspondant à un calibre et une charge donnée, il suffit de connaître deux hausses totales H et H′, et les deux distances correspondantes D et D′. En effet, de la proportion on tire

$$q = \frac{H' D - H D'}{H D'^2 - H' D^2}.$$

Ainsi, par exemple, d'après les expériences de Gavre, pour le canon de 30 long, à la charge de 5^k, la hausse totale, correspondant à 1000^m, est 101 millimètres; celle qui correspond à 2000^m est 308 millimètres; on en tire

$$q = \frac{308 \times 1000 - 101 \times 2000}{101 \times 4000000 - 308 \times 1000000} = 1^{mm},1.$$

Lorsqu'on connait la valeur de q, il suffit de connaître la hausse totale correspondant à une seule distance, pour en déduire toutes les autres. En effet, nous avons

$$H' = \frac{H}{D\,(1 + D \times 1^{mm},1)}\; D'.\,(1 + D' \times 1^{mm},1).$$

Posons

$$H = 101^{mm} \text{ et } D = 1000^m,$$

il vient

$$\frac{101}{1000\,(1 + 1^{mm},1)} = 0^{mm},048,$$

d'où

$$H' = 0^{mm},048 \times D' \times (1 + D' \times 1^{mm},1).$$

Cette formule peut servir à calculer les hausses totales pour le canon de 30 long, à la charge de 5^k; on aura la hausse h en retranchant de la hausse totale la différence des rayons $(R - r)$, qui est de $73^{mm},5$.

Afin de vérifier le degré d'exactitude de la formule empirique dont nous avons fait usage, nous comparerons les hausses totales calculées au moyen de cette formule, avec les hausses déduites des expériences de Gavre. Ces dernières ont été calculées

au moyen du tableau des inclinaisons à donner à la bouche à feu (voyez Expériences de Gavre, pages 102 et 103), et en prenant pour la longueur de la pièce $2^{m},6889$.

Canon de 30 *long; charge de* 5^{k}.

Distances	Hausses totales des expériences de Gavre.	Hausses totales calculées par la formule.	Distances	Hausses totales des expériences de Gavre.	Hausses totales calculées par la formule.
m.	mm.	mm.	m.	mm.	mm.
400	26,84	27,64	1200	134,18	133,63
500	37,07	37,20	1300	152,45	151,63
600	48,10	47,80	1400	171,34	170,68
700	60,04	59,47	1600	213,35	211,96
800	72,56	72,19	1800	259,43	257,47
900	86,41	85,96	2000	308,21	307,20
1000	101	100,80	2200	360,23	361,15
1100	116,67	116,76			

On voit que la formule reproduit la table avec une exactitude et dans une étendue suffisantes pour la pratique. En employant la même vérification pour toute autre table de tir, consacrée par l'expérience, on trouve le même résultat.

Nous pouvons donc conclure que la loi, suivant laquelle varie la hausse totale, est représentée avec une approximation suffisante au moyen de la proportion

$$H : H' :: D \times (1 + qD) : D' \times (1 + qD'),$$

d'où

$$H' = \frac{HD' \times (1 + qD')}{D \times (1 + qD)}.$$

40. Dans cette formule, on peut remarquer que la valeur du facteur

$$\frac{D' \times (1 + qD')}{D \times (1 + qD)}$$

n'éprouve que des changements peu considérables pour des variations même assez notables dans la valeur de q; de sorte qu'on peut construire des tables dont les différences peuvent être négligées, en prenant pour q des valeurs dont les différences s'élèvent à deux ou trois dix-millièmes.

Cette remarque nous conduit à une simplification, propre à rendre la formule d'une application extrêmement facile. Puisqu'on peut négliger jusqu'à 0,0003 dans la valeur de q, nous pouvons en profiter pour choisir des valeurs faciles à retenir et commodes à calculer. Nous prendrons les valeurs suivantes :

Calibres.	Charges.	Valeur de q.
Canon de 30 long	5^k	0,0010
	3,75	0,0010
	2,50	0,0005
Canon-obusier de 0,22	3,50	0,0010
	2	0,0010
Canon de 24	4	0,0010
	3	0,0010
	2	0,0005
Canon de 16	2,66	0,0015
	2	0,0010
	1,33	0,0005
Canon de 12 long	2	0,0015
	1,50	0,0015
	1	0,0010
Obusier court de 0,22	2	0,0010
	1,50	0,0010
Canon de 12	1,958	0,0010
Canon de 8	1,225	0,0015
Obusier de 0,16	1,500	0,0015
	0,75	0,0005
Obusier de 0,15	1	0,0015
	500	0,0005

La valeur de q étant connue d'avance, il suffit d'avoir la hausse totale correspondant à une seule distance pour en déduire la formule propre à calculer la hausse.

Ainsi, pour la pièce de 12 de campagne $(R - r) = 35^{mm},5$, la hausse totale correspondant à 1200^m est $108^{mm},5$. On en tire

$$H = 0,041 \times D \,.\, (1 + C \,.\, 0,001),$$

d'où

$$h = 0,041 \times D\,(1 + D \,.\, 0,001) - 35,5.$$

Pour la pièce de 8, la hausse totale correspondant à 1200^{m} est 118^{mm}. On en tire

$$H = 0{,}035 \times D \,.\, (1 + D \,.\, 0{,}001),$$

d'où

$$h = 0{,}035 \times D \, (1 + D \,.\, 0{,}001) - 31.$$

Comparons les hausses calculées au moyen de ces formules avec celles de l'Aide-Mémoire.

Distances.	CANON DE 12.		CANON DE 8.	
	Hausses calculées par la formule.	Hausses de l'Aide-mémoire.	Hausses calculées par la formule.	Hausses de l'Aide-mémoire.
m.	mm.	mm.	mm.	mm.
600	3,8	4	8,9	9
700	13,2	13	17	18
800	23,5	22	30,6	28
900	34,6	34	41,45	39
1000	46,5	46	56,5	54
1100	59,2	59	71	71
1200	72,7	72	86,6	87

Obusier de 16^{c}.

Charge de $1^{k},500$. $H = 0^{mm},044 \times D\,(1 + D \times 0{,}0015)$.
Charge de $0^{k},74$. $H = 0^{mm},108 \times D\,(1 + D \times 0{,}0005)$.
$h = H - 30^{mm}$.

Distances.	GRANDE CHARGE.		PETITE CHARGE.	
	Hausses calculées par la formule.	Hausses de l'Aide-mémoire.	Hausses calculées par la formule.	Hausses de l'Aide-mémoire.
m.	mm.	mm.	mm.	mm.
400	≠	≠	21	20
500	8,50	7	37	37
600	20,16	19	54,04	54
700	33,14	32	72,06	73
800	47,44	47	90,96	94
900	63,66	63	110,94	113
1000	80	81	132	133
1100	98,26	101	154,14	155
1200	117,84	122	175,56	176

Obusier de 15^c.

Charge de 1^k,000. $H = 0^{mm},046 \times D\,(1 + D \times 0,0015)$.
Charge de 0^k,500. $H = 0^{mm},093 \times D(1 + D \times 0,0005)$.
$h = H - 27^{mm}$.

Distances.	GRANDE CHARGE. Hausses calculées par la formule.	GRANDE CHARGE. Hausses de l'Aide-mémoire.	PETITE CHARGE. Hausses calculées par la formule.	PETITE CHARGE. Hausses de l'Aide-mémoire.
m.	mm.	mm.	mm.	mm.
400	2,4	4	17,64	20
500	13,20	15	31,12	33
600	25,40	26	45,54	46
700	37,60	40	60,88	60
800	53,90	54	77,16	76
900	70,20	71	94,36	93
1000	88	88	112,50	110
1100	107	106		
1200	127,50	127		

Obusier de 12^c *de montagne.*

Charge de 0^k,270. $H = 0,034 . D\,(1 + D \times 0,002)$. $h = H - 7^{mm},5$.

41. Quand la distance D est moindre que la portée de but en blanc, on obtient la hausse négative en retranchant la hausse totale de la différence des rayons.

Ainsi, pour la pièce de 24, à la charge du tiers, la portée de but en blanc est de 700^m. La hausse totale correspondante est 0^m,0695. On en tire la formule :

$$H = 0^{mm},0585 \times D \times (1 + D \times 0,001),$$

qui sert à calculer la table suivante :

	m.	m.	m.	m.	m.	m.
Distances	600	500	400	300	200	100
	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Hausses totales . . .	56,16	43,87	32,76	22,81	14,04	6,43
Hausses négatives . .	13,34	25,63	36,74	46,69	55,46	63,07

L'erreur que l'on commet en supposant l'axe de la pièce transporté parallèlement à lui-même et passant par le cran de mire du bourlet, tend à baisser le coup d'une hauteur égale

au rayon du bourlet (31). Pour corriger cette erreur, il faut augmenter les hausses totales; par conséquent, diminuer les hausses négatives d'une quantité telle que le coup soit relevé de $0^m,175$ pour la pièce de 24. En faisant cette correction, on trouve les hausses négatives suivantes :

	m.	m.	m.	m.	m.	m.
Distances	600	500	400	300	200	100
	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Hausses négatives . .	12,41	24,51	35,34	45,00	52,66	57,47

Ces hausses ne diffèrent pas tellement de celles qu'on obtiendrait en supposant les hausses totales proportionnelles aux distances, qu'on ne puisse négliger les différences dans la pratique. Nous avons donc cette règle : *pour calculer les hausses négatives, il faut diviser la différence* (R — *r*) *par le nombre de centaines de mètres compris dans la portée de but en blanc; si le quotient n'est pas un nombre exact de millimètres, prendre le nombre entier immédiatement supérieur; le résultat sera justement ce qu'il faut donner de hausse négative pour chaque cent mètres en deçà du but en blanc.*

Si l'on rapproche cette manière de calculer les hausses négatives de la méthode indiquée (36) pour pointer au moyen de ces hausses, on voit que, pour tirer à toutes les distances en deçà du but en blanc, il suffit de se rappeler la portée de but en blanc et la différence des rayons (R — *r*).

Relation entre la hausse totale et le temps du trajet.

42. Nous avons déjà vu que, dans le tir de plein fouet; la trajectoire s'écartant peu de l'horizontale, la résistance de l'air reste toujours à très-peu près perpendiculaire à la direction de la pesanteur; par conséquent, la vitesse verticale de chute ne se trouve pas sensiblement altérée. En représentant par t le temps que le projectile met pour tomber d'une hauteur BC au-dessous de la ligne de tir, nous avons sans erreur appréciable

$$BC = \frac{1}{2} g \cdot t^2 ;$$

Remplaçant BC par cette valeur dans la relation

$$BC = \frac{H \cdot D}{l};$$

il vient

$$\frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{H \cdot D}{l};$$

d'où

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot HD}{g \cdot l}}.$$

Ainsi, par exemple, pour une pièce de 12 de campagne tirant à 900^m, on a

$$H = 0{,}070 \quad D = 900 \quad l = 2{,}086 \quad g = 9{,}81,$$

d'où

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}070 \times 900}{2{,}086 \times 9{,}81}} \qquad t = 2'',48.$$

On peut vérifier le degré d'exactitude de cette formule au moyen d'un chronomètre; mais comme on n'en a pas toujours à sa disposition, nous indiquerons un moyen de vérification fondé sur la vitesse du son dans l'air.

Cette vitesse varie avec la température; néanmoins, on peut la prendre moyennement de 340^m par seconde; par conséquent, en se plaçant à une distance de la bouche à feu, égale à $340^m \times t$, on doit entendre le bruit de l'explosion à l'instant où on voit le projectile frapper le but.

Pour la pièce de 12, tirant à 900^m, on doit se mettre à $340 \times 2{,}48 = 843^m{,}20$ de la batterie.

Calcul des vitesses restantes, à différentes distances de la bouche à feu.

43. Dans l'exemple précédent, nous venons de voir que, lorsqu'une pièce de 12 tire à la distance de 900^m, le boulet met pour parvenir au but $2'',48$. Cherchons le temps t' qu'il mettrait pour parvenir à la distance de 910^m.

Pour la pièce de 12 et à la distance de 900^m, une augmentation de portée de 10^m correspond à une augmentation de hausse de 0,0012. On a donc

$$t' = \sqrt{\frac{2 \times 0,0712 \times 910}{2,086 \times 9,81}} \qquad t' = 2'', 5206.$$

On voit que les dix derniers mètres sont parcourus en 0'',0406.

En représentant par v la vitesse moyenne avec laquelle le projectile parcourt ces dix derniers mètres, on a

$$v = \frac{10}{0,0406} = 246^m.$$

Cette vitesse moyenne peut être prise, sans erreur sensible, pour la vitesse du projectile à 900^m.

En général, en représentant par t et t' les temps que le projectile met pour parvenir aux distances D et D', on a pour la vitesse moyenne avec laquelle est parcourue la distance D' — D

$$v = \frac{D' - D}{t' - t}.$$

Cette vitesse moyenne diffère d'autant moins de la vitesse restante, à la distance D, que la différence D' — D est plus petite.

Si les différences D' — D et $t' - t$ sont très-petites, la valeur de v ne peut être obtenue avec une exactitude suffisante au moyen de la méthode que nous venons d'employer, qu'en calculant avec soin un grand nombre de décimales, ce qui serait long et pénible. Nous allons chercher une formule pour calculer directement la vitesse restante.

On a

$$t^2 = \frac{2.H.D}{gl} \quad \text{et} \quad t'^2 = \frac{2.H'.D'}{gl};$$

d'où l'on tire la proportion

$$t'^2 : t^2 :: H' \times D'' : H \times D:$$

mais on a

$$H' : H :: D' \times (1 + qD') : D \times (1 + qD).$$

Multipliant terme à terme, on a

$$t'^2 : t^2 :: (D'^2 + qD'^3) : (D^2 + qD^3);$$

d'où l'on tire

$$(t'^2 - t^2) : t^2 :: [D'^2 - D^2 + q(D'^3 - D^3)] : D^2 + qD^3;$$

mais

$$(t'^2 - t^2) = (t' + t)(t' - t); \quad D'^2 - D^2 = (D' + D) \times (D' - D).$$

Enfin

$$D'^3 - D^3 = (D' - D) \times (D'^2 + DD' + D^2);$$

on a donc

$$\frac{(t' - t) \times (t' + t)}{t^2} = \frac{(D' - D)[D' + D + q(D'^2 + D'D + D^2)]}{D^2 + qD^3};$$

d'où

$$\frac{D' - D}{t' - t} = \frac{(t' + t)}{t^2} \times \frac{D^2(1 + qD)}{D' + D + q(D'^2 + DD' + D^2)};$$

Pour la vitesse moyenne v avec laquelle est parcourue la distance $D' - D$, on a

$$v = \frac{D' - D}{t' - t};$$

par conséquent,

$$v = \frac{t' + t}{t^2} \times \frac{D^2(1 + qD)}{D' + D + q(D'^2 + DD' + D^2)}.$$

Or, cette vitesse v se rapproche d'autant plus d'être égale à la vitesse restante, à la distance D, que la distance D' se rapproche plus de la distance D, et par suite le temps t' du temps t. On a donc exactement cette vitesse restante, à la distance D, en faisant $D' = D$, et $t' = t$. Il vient alors

$$v = \frac{2t}{t^2} \cdot \frac{D^2(1 + qD)}{2D + 3qD^2} = \frac{D(1 + qD)}{t\,(1 + \frac{3}{2}qD)}.$$

Enfin, en remplaçant t par sa valeur $\sqrt{\frac{2H.D}{gl}}$,
on a

$$v = \sqrt{\frac{gl.D}{2H}} \times \frac{(1+qD)}{(1+\frac{3}{2}qD)}.$$

En appliquant à la pièce de 8 et à la distance de 600^m, on a

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 1{,}818 \times 600}{2 \times 0{,}040}} \times \frac{1{,}6}{1{,}9} = 307^m.$$

Calcul des vitesses initiales.

44. De la proportion

$$H : H' :: D(1+qD) : D'(1+qD'),$$

on tire

$$\frac{D}{H} = \frac{D'(1+qD')}{H'(1+qD)}.$$

Mettant cette valeur dans la formule précédente à la place de $\frac{D}{H}$, il vient

$$v = \sqrt{\frac{gl.D'(1+qD')}{2H'}} \; \frac{\sqrt{1+qD}}{1+\frac{3}{2}qD}.$$

En faisant dans cette formule $D = O$, on a la vitesse initiale. Représentant cette vitesse par V, il vient

$$V = \sqrt{\frac{gl.D'(1+qD')}{2H'}}.$$

Cette formule donne la vitesse initiale, quand on connait une hausse totale H' et la distance correspondante D'.

Ainsi, par exemple, en prenant pour la pièce de 24 une

charge telle que la portée de but en blanc soit exactement de 700^m, on a

$$V = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 3{,}21 \times 700 \times 1{,}7}{2 \times 0{,}0695}} = 519^m.$$

Il est extrêmement important de remarquer que ces deux formules, pour le calcul des vitesses, ne peuvent donner des résultats suffisamment approchés que lorsque la valeur de q est connue avec beaucoup d'exactitude. Si l'on se bornait à faire usage des valeurs de q que nous avons données (40), et que nous avons trouvées suffisantes pour le calcul des hausses, on commettrait des erreurs considérables. En outre, comme elles sont fondées sur cette hypothèse que la résistance, restant perpendiculaire à la pesanteur, n'altère en rien la vitesse verticale, elles ne peuvent servir, même approximativement, que pour de très-petits angles, par conséquent, pour des distances qui ne surpassent pas beaucoup la portée de but en blanc.

DÉVIATIONS LATÉRALES

résultant d'une différence de niveau entre les roues.

45. Lorsque l'axe des tourillons est horizontal, la ligne de mire et l'axe de la pièce sont dans un même plan vertical; par conséquent, il ne peut y avoir d'autre cause de déviation latérale dépendant du pointage que celle qui résulterait de ce que la ligne de mire ne serait pas dirigée avec assez de précision sur le but; or, l'alignement de trois points est une opération tellement simple, tellement susceptible d'exactitude, pour peu qu'on veuille y apporter d'attention, que l'erreur qu'on peut commettre dans ce cas doit s'élever tout au plus au diamètre du projectile. Les déviations latérales doivent donc, quand les roues sont de niveau, être attribuées à une cause indépendante du pointage. Cette cause est le mouvement de rotation du projectile.

Il n'en est plus de même lorsque l'axe des tourillons n'est pas horizontal. Dans ce cas, la ligne de mire et la ligne de tir ne se trouvent plus dans un même plan vertical; il en résulte une cause de déviation latérale dépendant du pointage.

Cette cause d'erreur a joué un grand rôle dans la discussion relative à l'établissement du système Gribeauval. Vallière en faisait son principal argument pour rejeter les crans de mire et la hausse; mais il est à remarquer qu'il n'appuie son raisonnement d'aucune démonstration géométrique. Ses partisans se contentent de répéter, après lui, que les crans de mire et la hausse sont une cause perpétuelle d'erreurs dans le pointage; mais aucun d'eux n'entreprend la solution du problème; de sorte qu'il est impossible de se faire une idée nette de la valeur de leur principale objection.

Ce ne fut qu'en 1816 qu'un officier d'artillerie, M. Poumet, consacra à cette question un petit ouvrage intitulé : *Essai sur l'art de pointer.* Il imagine un cône, qu'il nomme cône de mire, et présente, comme il le dit lui-même, l'art de pointer les pièces de campagne sur un terrain quelconque, comme une conséquence des sections coniques. Cette manière d'attaquer le problème le conduit à des calculs longs et difficiles, tout à fait inabordables pour les sous-officiers; les formules auxquelles il parvient sont assez compliquées; il néglige d'en faire des applications numériques.

En 1827, M. Woisard, répétiteur à l'école d'artillerie de Metz, dans un mémoire inséré au Journal des sciences militaires (tome 7), donna une nouvelle solution du problème. Ses calculs sont plus simples et plus faciles que ceux de M. Poumet. Néanmoins, les formules trigonométriques dont il fait usage, ne sont pas encore complétement à la portée des sous-officiers.

Nous allons essayer de donner une solution uniquement fondée sur la théorie des triangles semblables.

Par le but B (fig. 21), menons une droite mn parallèle à l'axe des tourillons; prenons sur cette droite une longueur mn, égale à la voie de l'affût. Par le point le plus bas m, menons

une horizontale, et par le point le plus élevé n une verticale jusqu'à la rencontre de l'horizontale en p. La ligne $n\,p$ est justement la différence de niveau des deux roues.

La ligne de mire et l'axe de la pièce déterminent un plan qui est toujours perpendiculaire à l'axe des tourillons; par conséquent, ce plan coupe le plan vertical qui passe par $m\,n$, suivant une droite BC perpendiculaire à $m\,n$.

L'axe de la pièce doit rencontrer ce même plan vertical en un certain point C, situé sur cette même perpendiculaire. Nous avons trouvé précédemment pour l'expression de la longueur BC:

$$BC = \frac{H.D}{l}.$$

Cette quantité est justement la hauteur dont le projectile doit s'abaisser verticalement au-dessous du point C; par conséquent, si nous portons au-dessous du point C la verticale CO égale à CB, le point O sera le point frappé par le projectile. Menant par le point B une horizontale jusqu'à la rencontre de cette verticale en q, la ligne Bq sera la déviation horizontale, et la ligne $q\,o$ la déviation verticale.

Le point C étant toujours situé au-dessus du point B, on voit que la déviation a toujours lieu du côté de la roue la plus basse.

Les deux triangles mnp, CBq sont semblables comme ayant les côtés perperpendiculaires. On en tire

$$Bq : np :: BC : mn;$$

d'où

$$Bq = \frac{BC \times np}{mn}.$$

np est la différence de niveau des deux roues; nous la représenterons par d.

$m\,n$ est la voie de l'affût; nous la représenterons par V.

Enfin, remplaçant BC par sa valeur, et représentant la déviation horizontale Bq par x, il vient

$$x = \frac{H \times D \times d}{V \times l}.$$

La déviation verticale qo est égale à

$$BC - Cq = BC - \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{Bq}^2}.$$

Représentons qo par y, et remplaçons BC et Bq par leurs valeurs; il vient

$$y = \frac{H.D.}{V.l} \left[V - \sqrt{V^2 - d^2} \right].$$

Nous avons supposé le but au niveau de la batterie; si l'on voulait tenir compte de la différence de niveau entre le but et la batterie, il suffirait de remplacer BC par la valeur trouvée (34), en tenant compte de l'angle d'élévation du but; mais on ne ferait ainsi que compliquer les résultats, sans aucune utilité réelle.

Cette formule fait voir que la déviation latérale est proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à la différence de niveau des deux roues.

Pour une même différence de niveau, la déviation est proportionnelle à la distance du but et à la hausse totale; or, nous avons vu que la hausse totale croît plus rapidement que la distance du but; il s'ensuit que, pour une même différence de niveau, la déviation latérale doit croître plus rapidement que le carré de la distance.

Une différence de niveau de $0^m,10$ peut se rencontrer assez fréquemment, mais est déjà très-sensible à l'œil. Une différence de $0^m,20$ et au delà ne doit se rencontrer que très-rarement; il est difficile qu'une pièce se trouve dans le cas de faire feu dans une pareille position.

Nous allons calculer les déviations latérales qui ont lieu à différentes distances, pour une différence de niveau de $0^m,10$ entre les roues.

Canon de 12.

$(R-r)=355^{mm}$. $l=2^{m},086$. La voie de l'affût $V=1^{m},525$.

Distances du but.	Hausses totales.	Déviations horizontales.	Déviations verticales.
m.	mm.	m.	mm.
600	39	0,74	30
700	48	1,07	43
800	57	1,36	58
900	69	1,06	78
1000	81	2,56	102
1100	94	3,21	128
1200	107	4,05	162

Canon de 8.

$(R-r)=31^{mm}$. $l=1^{m},818$. La voie de l'affût $V=1^{m},525$.

Distances du but.	Hausses totales.	Déviations horizontales.	Déviations verticales.
m.	mm.	m.	mm.
600	40	0,86	34
700	49	1,24	50
800	59	1,70	68
900	70	2,27	91
1000	85	3,07	123
1100	102	4,03	161
1200	118	5,11	204

Obusier de 16 centimètres (Grande charge).

$(R-r)=30^{mm}$. $l=1^{m},880$. La voie de l'affût $V=1^{m},525$.

Distances du but.	Hausses totales.	Déviations horizontales.	Déviations verticales.
m.	mm.	m.	mm.
600	49	1,02	41
700	62	1,52	61
800	77	2,15	86
900	93	2,92	117
1000	110	3,89	156
1100	133	5,10	210
1200	152	6,37	255

Obusier de 15 centimètres (Grande charge).

$(R-r)=27^{mm}$. $l=1^{m},710$. La voie de l'affût $V=1^{m},525$.

Distances du but.	Hausses totales.	Déviations horizontales.	Déviations verticales.
m.	mm.	m.	mm.
600	53	1,21	48
700	67	1,80	72
800	81	2,49	100
900	98	3,38	135
1000	115	4,41	176
1100	133	5,30	215
1200	154	7,09	284

SOLUTION DE QUELQUES PROBLÈMES RELATIFS AU POINTAGE.

46. 1.er PROBLÈME. *Lorsqu'on tire sur un but placé à une certaine distance, trouver la hauteur à laquelle le projectile passe au-dessus d'un point situé à une distance donnée de la batterie.*

Supposons qu'on tire sur un but B (fig. 22), placé à la distance $AB=D$; cherchons la hauteur $EF=y$, à laquelle le projectile passe au-dessus d'un point E, placé à la distance $AE=D'$.

La hauteur EF n'est autre chose que la déviation verticale qui aurait lieu si on tirait sur le point E, en employant la hausse correspondant à la distance D, au lieu d'employer la hausse correspondant à la distance D' (35). En représentant par e la différence des hausses correspondant aux distances D et D', on a

$$y : e :: D' : l; \quad y=\frac{D'.e}{l},$$

c'est-à-dire que, pour trouver la hauteur à laquelle le projectile passe au-dessus d'un point donné sur la ligne de mire, lorsqu'on tire sur un but déterminé, il faut prendre la différence des hausses correspondant à la distance du but et à la distance du point qu'on considère; multiplier cette différence par

la distance de ce point, et diviser par la longueur de la pièce.

Par exemple, une pièce de 8 tirant sur un but placé à 900^m, quelle est la hauteur à laquelle le projectile passe au-dessus d'un point placé sur la ligne de mire à la distance de 700^m?

La hausse correspondant à 900^m est 39^{mm}; celle de 700^m est 18^{mm}; la différence est 21^{mm}; la longueur de la pièce est $1^m,818$. On a donc pour la hauteur cherchée

$$y = \frac{21^{mm} \times 700}{1,818} = 8^m,09.$$

Nous avons supposé le point E situé sur la ligne de mire; mais il pourrait se trouver au-dessus ou au-dessous; dans ce cas, il suffirait de connaître sa distance à cette ligne.

Soit le point E (fig. 23) situé au-dessous de la ligne de mire AB.

Pour connaître la distance EE′, on pointe la pièce de but en blanc sur le point B; puis, on fait varier la hausse jusqu'à ce que le rayon visuel passe par le point E. Soit h la hausse correspondante, on a

$$EE' : h :: D' : l.$$

Si le point E était situé au-dessus de la ligne de mire, il faudrait commencer par pointer de but en blanc sur ce point; puis, faire varier la hausse jusqu'à ce que le rayon visuel passât par le point B.

47. 2.e PROBLÈME. *Lorsqu'un projectile a manqué le but, trouver la hausse correspondant au point qu'il a touché.*

Supposons qu'un projectile, au lieu de frapper le but B sur lequel on a pointé, soit venu tomber en B′; on propose de déterminer la hausse avec laquelle on aurait dû pointer sur B′, pour l'atteindre.

On commence par pointer de nouveau la pièce sur le même but B et avec la même hausse, pour la ramener exactement dans la position qu'elle occupait au moment où le coup est parti; puis, on fait varier la hausse jusqu'à ce que le

rayon visuel passe à la hauteur du point touché B′ ; il est évident que la hausse H′ ainsi déterminée est la hausse avec laquelle on aurait dû pointer sur B′.

Au moyen de la hausse H′, correspondant au point B′, on peut déterminer la hausse H, correspondant au point B.

Premièrement, si le point B′ est situé verticalement au-dessus ou au-dessous du point B, on doit avoir $H = H'$, puisque la hausse est indépendante de l'angle d'élévation du but.

Maintenant, supposons que les deux points B et B′ ne soient pas situés à la même distance; soit D la distance du point B, et D′ la distance du point B′ ; on a

$$H:H'::D\times(1+qD):D'\times(1+qD'); \quad H=\frac{H'.D.(1+qD)}{D'(1+qD')}.$$

La solution de ce problème fournit un moyen de rectifier la hausse d'après l'expérience; néanmoins, nous ferons remarquer, qu'à moins de différences considérables, il ne faut jamais se hâter de rectifier la hausse, surtout d'après les premiers coups, parce qu'ils présentent généralement d'assez grandes anomalies.

48. 3.e PROBLÈME. *Lorsqu'un projectile a manqué le but, trouver le point où il serait venu percer le plan vertical mené par le but, perpendiculairement au plan de tir.*

Au moyen du problème précédent, on commence par déterminer la hausse qu'il aurait fallu employer pour atteindre le but. En prenant la différence entre cette hausse et la hausse employée, on a l'erreur de hausse; par suite, il est facile de calculer la déviation verticale au moyen de la proportion

$$y:e::D:l.$$

Prenons pour exemple une pièce de 12 de campagne tirant sur un but placé à 1000^{m}. Nous commencerons par chercher quelle est, à cette distance, la déviation verticale correspondant à une erreur de 1^{mm} de hausse. La proportion donne 480^{mm}. La différence de hausse de 900^{m} à 1000^{m} est de 12^{mm}; par

conséquent, à cette distance, chaque millimètre de hausse correspond à une différence de portée de $8^m,35$.

La pièce étant pointée sur le but avec une hausse *h* de 40^{mm}, le projectile vient frapper un point B' situé à $41^m,75$ en avant du but et au-dessous de la ligne de mire.

Pointons de nouveau sur le but B avec la même hausse de 40^{mm}, afin de ramener exactement la pièce dans la position qu'elle occupait au moment où le coup est parti; puis, faisons varier la hausse jusqu'à ce que le rayon visuel passe par le point touché B'. Supposons que la hausse, ainsi déterminée, soit de 42^{mm}. Il nous faut, en outre, augmenter cette hausse de 5^{mm}, afin d'augmenter la portée de $41^m,75$; par conséquent, le but aurait été atteint, si on avait fait usage d'une hausse de 47^{mm}. La différence entre cette hausse et la hausse employée est de 7^{mm}; ce qui, à raison de 480^{mm} par millimètre, donne une déviation verticale de $3^m,36$. Comme la hausse employée est trop faible, la déviation est au-dessous du but. Le projectile serait donc venu percer le plan vertical à $3^m,36$ au-dessous du but.

49. 4.e PROBLÈME. *Diriger la pièce de manière que le prolongement de l'axe passe par un point donné.*

On commence par pointer de but en blanc sur le point donné. On donne une hausse positive égale à la différence entre le rayon du bourlet et le rayon de la plate-bande de culasse. La ligne de mire ainsi déterminée, vient rencontrer le terrain en un certain point G, sur lequel on finit par viser de but en blanc.

Il est facile de voir qu'en visant de but en blanc sur le point G, l'axe de la pièce se trouve ramené dans la position que la ligne de mire naturelle occupait primitivement.

La solution de ce problème peut servir pour le genre de tir que les artilleurs allemands désignent sous le nom de *tir roulant;* et les artilleurs français, sous le nom de *ricochet de campagne.*

Lorsqu'on tire sur des troupes disséminées sur un terrain

peu accidenté, et que le sol à partir de la batterie est à peu près plan, il est avantageux de faire arriver les projectiles au but par une suite de ricochets rasants. Les ricochets sont d'autant plus rasants que le premier angle de chute est plus petit. Pour obtenir cet angle aussi petit que possible, il faut placer l'axe de la pièce parallèlement au terrain. Pour cela, on choisit un point placé sur ce terrain à une distance aussi grande que possible; puis, on pointe la pièce de manière que le prolongement de l'axe passe par ce point.

En tirant de cette manière sur un terrain favorable, on peut faire rouler les obus de campagne à une distance de dix-huit cents ou deux mille mètres.

EXAMEN DES PRINCIPAUX SYSTÈMES DE POINTAGE.

50. Avant qu'on ne se fût bien rendu compte des véritables causes de déviation des projectiles, on était naturellement porté à n'attribuer les irrégularités du tir qu'à l'insuffisance des méthodes de pointage; de là sont venues les nombreuses tentatives qui, à diverses reprises, ont été faites dans l'espoir d'augmenter la justesse du tir, en perfectionnant les moyens de pointage. Nous allons donner un aperçu des principaux systèmes qui ont été successivement mis en usage ou seulement proposés.

POINTAGE DE BUT EN BLANC.

51. Les premières notions théoriques sur la forme de la trajectoire ont été données par Tartaglia, géomètre italien. Dans un ouvrage publié en 1537, et intitulé : *Nuova scienza*, il fait voir que la trajectoire doit être courbe dans toutes ses parties; mais, de même que la terre qui est courbe dans toutes ses parties, peut être considérée comme plane dans une portion d'une certaine étendue, il pense que la première partie de la trajectoire, celle qu'il supposait décrite en vertu de ce qu'on appelait alors le mouvement violent, peut être considérée comme droite.

Pendant longtemps, les anciens artilleurs ont persisté à regarder la première partie de la trajectoire comme une ligne droite; ils disaient qu'ils tiraient de point en blanc ou de but en blanc, quand le but était compris dans cette première partie. On conçoit qu'ils devaient avoir beaucoup de peine à s'entendre sur l'étendue de cette ligne droite; aussi, tout ce qu'on trouve dans les anciens auteurs sur le tir de but en blanc n'est-il pas fort clair.

Quelques-uns même, non contents d'admettre que le projectile parcourait la ligne droite suivant laquelle il sortait du canon, renchérissaient encore en supposant qu'il allait en s'élevant au-dessus de cette droite, ainsi qu'on peut le voir par le passage suivant, extrait d'un ouvrage publié en 1610, et intitulé : *l'Arcenal et magazin de l'artillerie*, par Daniel Davelourt.

„ Ceux qui ont parlé des tirers des pièces, ont jugé celui „ de poinct en blanc estre le plus certain : et n'est autre que „ tirer à quelque chose par une certaine distance, au moyen „ de la ligne visuelle, laquelle est double : l'une depuis le „ poinct de la vue sur la corniche de la culasse, jusqu'au lieu „ désigné et opposite qu'on nomme blanc, et l'autre depuis „ ce même poinct jusques vers la corniche de la bouche de la „ pièce finissant à son autre opposite, laquelle pièce est baissée „ sur le devant, quand on tire par quelque long intervalle : „ tellement que le blanc et la visée au-dessous sont les deux „ extrémités dudit poinct. Mais on demande pourquoy en s'esloi- „ gnant du but on baisse davantage la pièce; il y a pour ce „ deux raisons : la première est à cause de la grosseur du „ métal qui est plus à la culasse qu'à l'embouchure que si „ ladite pièce estait nivelée, c'est-à-dire, aussi haute par la „ bouche que par la culasse, on n'userait que de cette première „ ligne visuelle; l'autre raison est physicale, car ce qui est „ poussé par rond et par circuit avec force et violence, va tou- „ jours en ligne spirale se surhaussant tant que la chose poussée „ et agitée ait quitté sa sulfuration, tant par le moyen de „ l'air qui exhale ce qui lui est propre, que de la chaleur „ ignée qui tasche à élever en haut ce qu'elle environne, ce

„ qui ne se fait quand la distance est brefve, d'autant que le „ coup est plus subit, ne pouvant, le feu et l'air, opérer si sou„ dainement en si peu d'intervalle. “

Dans un ouvrage publié en 1741, intitulé: *Théorie nouvelle sur le mécanisme de l'artillerie*, par Dulacq, on trouve les passages suivants :

„ Il est de la dernière importance, pour la théorie du pointe„ ment, de connaitre la véritable portée de but en blanc des „ pièces. Les canonniers, jusqu'à présent, nous ont donné une „ connaissance très-imparfaite; car ils ont cru que le but en „ blanc d'une pièce n'était autre que sa portée horizontale en „ la pointant de niveau, en supposant le but dans un parfait „ niveau avec la volée. “

Cette connaissance, très-imparfaite suivant Dulacq, est justement la définition claire et précise du but en blanc, telle qu'elle a fini par prévaloir. Plus loin, il définit ainsi le but en blanc à sa manière :

„ Le but en blanc n'est donc autre chose que l'espace que „ le mobile parcourt par son impulsion, tandis que, par la „ gravité, il parcourt un espace peu sensible. “

Enfin, plus loin, on trouve le passage suivant :

„ Les difficultés que l'on a trouvées sur la portée de but „ en blanc, et qui ont donné lieu à plusieurs contestations, „ ne viennent que de la façon des pièces; car les uns ont voulu „ que le but en blanc fut la rasante des métaux, et les autres, „ au contraire, l'axe prolongé de la pièce. “

Dans la première édition de son *Artillerie raisonnée*, publiée en 1761, Leblond définit encore la portée de but en blanc : l'étendue de la ligne sensiblement droite que décrit le boulet en sortant du canon. Dans la seconde édition, publiée en 1776, il reconnait que cette première définition est vicieuse, et donne celle qui est admise maintenant.

Dans la dernière édition du Dictionnaire de l'Académie française, on a encore copié les anciennes définitions du but en blanc.

Lombard fut le premier qui, faisant une judicieuse applica-

tion d'une saine théorie à la pratique, donna une définition fondée sur la géométrie. Bien que son Traité du mouvement des projectiles n'ait paru qu'en 1797, trois ans après sa mort, il y avait près de cinquante ans qu'il avait commencé à professer, tant à l'école de Metz qu'à celle d'Auxonne, et ses idées si claires et si précises avaient nécessairement dû se répandre dans l'artillerie.

QUART DE CERCLE.

52. C'est encore Tartaglia qui, dans l'ouvrage déjà cité, donne les plus anciens renseignements sur le pointage. Il parle du quart de cercle qu'il passe pour avoir appliqué le premier à l'artillerie. Ce quart de cercle, nommé équerre de l'artilleur, était divisé en douze parties égales, nommées points; chaque point, comme on voit, correspondait à sept degrés et demi. Ce ne fut que plus tard qu'on revint à faire usage de l'ancienne division de la circonférence en 360 degrés.

Le quart de cercle servait à mesurer, non-seulement les grands angles pour le tir élevé, mais aussi les petits angles pour le tir rasant. Il était encore employé pour le pointage des obusiers courts du système Gribeauval, qui ne furent abandonnés qu'en 1823.

Pour les petits angles, l'emploi du quart de cercle est lent et difficile; il exige un instrument délicat qui est encore bien loin de présenter le degré d'exactitude nécessaire à ce genre de tir, exactitude que l'on obtient facilement avec la hausse, ainsi que nous le verrons plus loin.

Dans la mesure des grands angles, un instrument grossier suffit pour obtenir, sans beaucoup de peine, une approximation d'un demi-degré ou même d'un quart de degré; une pareille approximation est plus que suffisante pour le tir du mortier et même pour le tir à ricochet.

Voici un passage extrait de l'Aide-Mémoire de Gassendi (Idées d'améliorations à faire dans le matériel de l'artillerie) :

„ La sous-bande gauche des affûts, au lieu d'être grattée, „ pourrait être limée et arrondie exactement au tourillon de

„ la pièce, sur lequel tourillon on tracerait un diamètre hori-
„ zontal, et un rayon vertical du côté du dessous de la pièce.
„ Un de ces quarts de cercle serait divisé en degrés. La pièce
„ posée horizontalement sur l'affût, on marquerait d'un cran
„ sur la sous-bande, le point vis-à-vis le rayon vertical tracé
„ sur le tourillon. Par ce moyen, on jugerait aisément quand
„ la pièce serait à son but en blanc naturel, sous quel degré on
„ la tirerait; on vérifierait l'égalité et les variétés du pointement;
„ on pourrait même juger plus aisément des distances. "

Il est facile de se convaincre que ce moyen de pointage ne serait nullement propre au tir de plein fouet, comme l'auteur semble le croire.

1.° Il faudrait que l'affût se trouvât toujours sur une plate-forme parfaitement horizontale.

2.° Dans le tir de plein fouet, ce n'est pas l'angle de tir qu'il faut mesurer, mais l'angle de mire qui est la différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but.

3.° Enfin, le rayon étant très-petit, et le centre pouvant se déplacer par rapport au point fixe tracé sur la sous-bande, on serait bien loin d'obtenir le degré de précision nécessaire pour la mesure des petits angles. Il est même douteux que ce moyen fût d'une exactitude suffisante pour le tir à ricochet; mais on pourrait, probablement, l'employer utilement pour le tir du mortier.

Nous avons rapporté et discuté cette proposition de Gassendi, parce qu'elle a été reproduite plusieurs fois sous des formes plus ou moins nouvelles.

FRONTEAU DE MIRE.

53. D'après l'opinion des anciens artilleurs sur la forme de la trajectoire, il fallait, pour tirer de but en blanc, que l'axe de la pièce vînt passer par le point à battre. Or, de tout temps, les pièces ont reçu leur plus grande épaisseur de métal à la culasse, parce que le simple bon sens indique que c'est dans cette partie que s'exerce le plus grand effort de la poudre;

par conséquent, pour faire passer le prolongement de l'axe par le but ou à une petite hauteur au-dessus du but, il fallait un instrument propre à rendre la ligne de mire à peu près parallèle à l'axe. C'est cet instrument qu'on nomme *fronteau de mire*. L'ancien fronteau de mire était tout simplement une planchette échancrée circulairement, qui se plaçait sur la volée. On donnait encore le nom de fronteau de mire à un instrument qui remplissait le même office que les portières d'embrasure. Voici la définition qu'en donne Davelourt : „Fronteau de mire, pièce de bois servant à mirer l'artillerie, estant „de deux pieds et demy de longueur, d'un pied et demy de „hauteur, et demy pied d'épaisseur, pour se couvrir de „mousquetades et arquebusades; il y a une petite fente pour „prendre mire et visée, et le tient-on avec deux chevilles „en bois.“

Avant l'ordonnance de 1732, les pièces portaient sur le point le plus élevé du bourlet un bouton de mire ou guidon. Sur quelques pièces, surtout sur celles dites *à l'espagnole*, ce bouton de mire s'élevait presque au niveau de la plate-bande de culasse, de manière à rendre la ligne de mire à peu près parallèle à l'axe.

A la même époque, la culasse des pièces était munie d'un cran de mire ou d'une plaque métallique, percée d'un trou par lequel on visait. Les crans de mire et les plaques métalliques étaient désignés sous le nom de visières. Vallière supprima les visières et les boutons de mire. (Article V de l'ordonnance de 1732.)

Dans la marine, où l'on est souvent dans le cas de tirer vite et près, on a senti la nécessité d'avoir une ligne de mire parallèle à l'axe. Depuis longtemps les marins anglais font usage d'un fronteau de mire placé en avant des tourillons; les Américains et les Russes font usage d'un fronteau de mire placé sur la volée. En 1832, la marine française s'est décidée à adopter un fronteau de mire placé à hauteur des tourillons pour les canons, et sur la volée pour les caronnades.

HAUSSE.

54. L'usage de la hausse paraît presque aussi ancien que celui du quart de cercle. Dans son ouvrage intitulé : *Corona e palmà militare*, publié en 1597, Capo Biancho donne la description du quart de cercle, ainsi que de la hausse à trous et de la hausse à coulisse.

Dans l'ouvrage intitulé : *Modèles d'artifices*, publié en 1598, Boillot dit qu'on donne l'élévation aux pièces, soit à l'aide du quart de cercle, soit à l'aide de la hausse. Il décrit deux espèces de hausse, l'une à trous fixes, l'autre à visière mobile.

Dans un ouvrage de 1734, on trouve la description d'une hausse munie d'une vis horizontale, destinée à la ramener dans une position verticale.

Avant le système Vallière, les pièces françaises étaient munies, comme nous l'avons déjà dit, de visières et de boutons de mire. Les ouvrages qui donnent les détails des armements en usage à cette époque, parlent du fronteau de mire, mais nullement de la hausse. Cela vient, sans doute, de ce que la distance à laquelle on tirait le canon excédait rarement trois cents toises (600^{m}).

Dans le système Vallière, la visière et le bouton de mire furent supprimés ; on devait pointer au moyen des points les plus élevés du bourlet et de la plate-bande de culasse. Dans tous les cas, il fallait faire usage de la ligne de mire naturelle, c'est-à-dire, qu'il fallait viser à une certaine hauteur au-dessus ou au-dessous du but, suivant qu'on tirait au delà ou en deçà du but en blanc.

En 1750, Gribeauval, alors simple capitaine de mineurs, fut envoyé en Prusse avec la mission d'étudier l'artillerie de campagne qui venait d'être organisée par Fréderic-le-Grand. Cette artillerie faisait usage de deux espèces de hausse, l'une à charnière et percée de trous fixes à différentes hauteurs, l'autre à crémaillères avec une visière mobile.

De retour en France, Gribeauval proposa son nouveau système d'artillerie. Tout le monde connait la discussion qui eut

lieu à cette époque entre lui et Vallière fils, discussion dans laquelle il fut souvent question des crans de mire et de la hausse.

Le nouveau système adopté en 1765, puis rejeté en 1772, ne fut définitivement adopté qu'en 1774.

Les pièces de campagne reçurent la hausse à coulisse actuellement en usage. Les pièces de siége ne reçurent pas de hausse.

L'usage de la hausse mobile pour les canons de siége fut introduit par Lombard; seulement, il donnait à cette hausse une longueur d'un pied, afin qu'elle pût servir pour le tir à ricochet. Depuis, on l'a réduite à une longueur suffisante pour le tir de plein fouet; quant au tir à ricochet, on est assez généralement revenu au quart de cercle.

On s'est imaginé quelquefois qu'on parviendrait à donner plus d'exactitude au pointage, en substituant à la hausse un instrument propre à mesurer les angles. Pour apprécier cette opinion, nous allons chercher à évaluer le degré d'exactitude que l'on peut obtenir dans la mesure de l'angle de mire au moyen de la hausse.

Il est facile de se convaincre par expérience qu'avec un peu d'attention on peut donner la hausse avec une erreur de 1 millimètre au plus. En prenant pour exemple la pièce de 12 de campagne, on trouve qu'une erreur de 1 millimètre de hausse, donne pour l'angle de mire une erreur qui peut s'élever tout au plus à 2 minutes 13 secondes; or, les instruments propres à mesurer les angles de 5 en 5 minutes sont déjà des instruments de précision infiniment plus délicats que ceux qu'il est possible de mettre entre les mains des canonniers.

Les deux reproches que l'on ne cesse d'adresser à la hausse sont : 1.° de ne pouvoir servir pour tirer en deçà du but en blanc; 2.° de donner une ligne de mire fausse quand les roues ne sont pas de niveau. Nous avons fait voir (37) comment la hausse peut servir pour pointer en deçà du but en blanc, et nous avons donné (45) une formule pour calculer les déviations latérales correspondant à une différence de niveau entre les roues.

HAUSSE PLACÉE SUR LE BOURLET.

55. Le moyen qui semble le plus simple et qui se présente le plus naturellement pour pointer en deçà du but en blanc, consiste à faire usage d'une hausse placée sur le bourlet, et analogue à celle que l'on place sur la culasse.

Dulacq conseille de faire, avec un bout de bougie ou un morceau de bois, une petite cheville que l'on fixe sur la volée, au moyen d'un peu de cire.

Depuis, on a proposé différents systèmes de hausse placée sur le bourlet; mais on a reconnu que ces moyens étaient d'une exécution difficile, et n'apportaient aucune amélioration bien sensible dans la justesse du tir.

POINTAGE LATÉRAL.

56. Dans ses recherches sur l'artillerie, Tixier de Norbec indique une manière de pointer en faisant usage d'une ligne de mire latérale. Depuis, on a proposé différents systèmes de pointage fondés sur le même principe. Tous ces systèmes peuvent se résumer de la manière suivante :

L'axe de la pièce et l'axe des tourillons étant placés horizontalement, on imagine un plan horizontal tangent à la partie supérieure des tourillons; ce plan coupe la plus grande circonférence du bourlet en deux points; à l'un de ces points, celui de droite A (fig. 24), on place un bouton de mire; par ce point A, on fait passer un plan vertical parallèle à l'axe de la pièce. Ce plan coupe la plate-bande de culasse en deux points BB', que l'on suppose joints par une ligne droite. On trace l'intersection de ce plan avec le cul de lampe. Le point d'intersection de la droite BB' avec le plan tangent à la partie supérieure des tourillons est marqué zéro. A partir de ce point, on porte des divisions sur la droite BB' en allant vers le point B; par chacune de ces divisions, on mène un plan horizontal, et l'on trace l'intersection de ce plan avec le cul de lampe.

Pour pointer, on commence par diriger la pièce de manière que le bouton de mire du bourlet soit situé dans le plan vertical passant par la ligne BB′ et par le but; puis on donne la hausse en baissant la culasse, jusqu'à ce que le bouton de mire paraisse situé dans le plan déterminé par le but et par la trace horizontale correspondant à la hausse qu'on veut employer. Il est évident qu'on n'a jamais que des hausses positives pour toutes les distances.

SYSTÈMES DE POINTAGE

destinés à corriger les causes d'erreur résultant de l'inclinaison de l'essieu.

57. Dans le Journal des sciences militaires (tome VII, année 1827), on trouve un mémoire de M. Woizard, répétiteur à l'école d'artillerie de Metz, dans lequel il rend compte de trois projets de hausse présentés par MM. Carnot, Philippi et Legrand. Ces trois systèmes de pointage ont le même but : corriger les causes d'erreur qui résultent de l'inclinaison de l'essieu. Pour cela, M. Carnot mène par le cran de mire une droite parallèle à l'axe. Cette droite vient rencontrer le cul de lampe en un point auquel il place un bouton cylindrique. Ce bouton sert de pivot à la hausse que le pointeur doit placer verticalement.

La hausse de M. Philippi est construite d'après le même principe que celle de M. Carnot; seulement, elle se place d'elle-même dans une position verticale, au moyen d'un contre-poids. En outre, M. Philippi place sur le bourlet une masse de mire destinée à rendre la ligne de mire à peu près parallèle à l'axe.

La hausse de M. Legrand peut tourner autour d'un pivot fixé au milieu du bouton de culasse; elle se place verticalement au moyen d'un contre-poids; la partie supérieure de la tige mobile est garnie d'une alidade à charnière. Le rayon visuel, déterminé par cette alidade, doit être mené tangentiellement au bourlet.

On peut voir une description détaillée de ces trois instruments dans le mémoire cité.

FRONTEAU A JOUR.

58. Nous avons vu que la nécessité de tirer vite et à petite distance avait fait adopter dans la marine un système de fronteaux propres à rendre la ligne de mire parallèle à l'axe. Lorsque la distance du but surpasse 80 à 100^{m}, il faut faire usage d'une hausse placée sur la culasse. Cette hausse devient très-longue pour les grandes distances. Afin d'éviter cet inconvénient, M. Roche, professeur aux écoles d'artillerie de la marine, a proposé de remplacer le fronteau massif par un fronteau à jour. Ce fronteau se compose de deux montants qui portent des divisions, et entre lesquels se meut une lame horizontale; en faisant varier la hauteur de cette lame, on fait varier l'angle de mire. Pour rendre son système applicable à toutes les distances, M. Roche place sur la culasse une hausse fixe, correspondant à la plus grande distance à laquelle on a coutume de tirer en mer, c'est-à-dire, à 1000 ou 1200^{m}. Il élève les montants de son fronteau jusqu'au niveau de cette hausse. Lorsque la plaque mobile est au point le plus élevé, la ligne de mire est parallèle à l'axe. A mesure que la plaque mobile s'abaisse, l'angle de mire augmente, jusqu'à ce que la ligne de mire devienne tangente au bourlet.

Pour plus de détail, on peut voir le mémoire de M. Roche au Journal des sciences militaires (2.e série, tome IV, année 1833).

POINTAGE PAR LES VARIATIONS DE HAUTEUR DE LA VIS.

59. Le système de pointage qui a été le plus souvent préconisé, est celui qui consiste à mesurer les variations de hauteur de la vis ou d'un point de repère pris sur la pièce. Il s'en faut de beaucoup cependant que ce moyen possède en réalité tous les avantages qu'il semble offrir au premier coup d'œil. En effet, la hauteur de la vis varie non-seulement avec l'angle

de mire, mais encore avec l'angle d'élévation du but et la position de la pièce sur le terrain. Il faut donc nécessairement commencer par pointer de but en blanc, mesurer la hauteur correspondante, retrancher de cette hauteur ou y ajouter une certaine longueur, suivant qu'on tire au delà ou en deçà du but en blanc; enfin, ramener la pièce à la hauteur ainsi déterminée. Cette opération est toujours longue; elle est souvent embarrassante pour le pointeur, puisqu'elle exige qu'il fasse une addition ou une soustraction de mémoire; enfin, elle peut entraîner des erreurs considérables, parce que le canonnier ne se rend pas aussi bien compte de ce qu'il fait que lorsqu'il s'agit de diriger un rayon visuel vers le but.

La mesure de la hauteur de la vis est un excellent moyen lorsqu'il s'agit de conserver un angle de tir constant, pour le tir de nuit par exemple. Dans ce cas, il suffit de couper à la longueur convenable un bout de baguette, que l'on place entre la tête de l'écrou et le dessous du plateau de la vis.

Sous le rapport de la précision, le pointage par les variations de hauteur de la vis ne présente pas le même degré d'exactitude que la hausse. En effet, si l'on représente par l la longueur de la pièce; par l', la longueur comprise entre l'axe des tourillons et le derrière de la plate-bande de culasse qui repose sur la tête de la vis; par h', la variation de hauteur de la vis; et par h, la variation de hausse correspondante, il est facile de voir qu'on a la proportion.

$$l : l' :: h : h'; \qquad h = \frac{h' l}{l'}.$$

Ainsi, pour la pièce de 24, $l = 3^m,211$, $l' = 1^m,311$; par conséquent, une erreur de 1^{mm} dans la hauteur de la vis correspond à une erreur de hausse de $2^{mm},45$. Or, à cause des inégalités du dessous du plateau de la vis, surtout à cause du ballottement de la vis dans son écrou, il est très-facile de commettre une erreur de 3 ou 4 millimètres dans la mesure de la hauteur de la vis.

POINTAGE AU MOYEN DES ANSES.

60. Ce moyen de pointage qui a été mis en essai au polygone de Lafère pendant les écoles de 1840 et 1841, consiste en un fil AA' (fig. 25) tendu entre les anses parallèlement à l'axe des tourillons. L'œil étant maintenu dans le plan déterminé par ce fil et par le but, si l'on baisse la vis de pointage jusqu'à ce que le fil paraisse tangent à la partie supérieure du bourlet, on a une hausse positive. Si, au contraire, on lève la vis de pointage jusqu'à ce que le fil paraisse tangent à la partie supérieure de la plate-bande de culasse, on a une hausse négative.

Pour fixer le fil à différentes hauteurs, des divisions d'un demi-millimètre de profondeur environ sont pratiquées sur les faces postérieures des deux anses. Deux petits boutons à tête plate, arrondie sur les bords, sont fixés sur les faces latérales extérieures. Le fil attaché par une boucle à l'un de ces boutons, passe par les divisions correspondant à la hausse que l'on veut employer, et vient s'enrouler trois ou quatre fois autour de l'autre bouton.

Ce procédé de pointage ne fait pas plus que les autres disparaitre les irrégularités du tir. Mais avec le même degré d'exactitude, il est d'une exécution plus prompte et plus facile.

Il n'exige aucun instrument particulier; le premier bout de fil suffit, et même, à la rigueur, on peut s'en passer; car il est facile de placer à vue d'œil le point le plus élevé du bourlet ou de la culasse dans l'alignement d'une division indiquée.

Il laisse au pointeur l'entière liberté de ses deux mains pendant le pointage et pendant la manœuvre.

Il est aussi commode pour l'emploi des hausses négatives que pour celui des hausses positives.

Enfin, il permet, dans tous les cas, une vérification prompte et facile du pointage.

Il peut arriver que des pièces de campagne soient dans la nécessité de tirer à boulet à une distance moindre que la

portée de but en blanc. L'expérience a prouvé que, dans ce cas, les canonniers, à moins que ce ne soient de vieux soldats parfaitement exercés, se contentent de pointer de but en blanc; par conséquent, le coup porte trop haut et se trouve perdu, au moment où il serait le plus nécessaire qu'il produisit de l'effet. On pourrait éviter cet inconvénient au moyen du procédé de pointage qui vient d'être indiqué. Pour cela, il suffirait de deux lignes de repère, bien apparentes, tracées sur les faces postérieures des anses. La première servirait jusqu'à la distance de 300^m; la seconde, depuis 300^m jusqu'au but en blanc.

TIR A RICOCHET.

61. Le tir à ricochet est employé pour atteindre les objets placés derrière une masse couvrante, telle qu'un épaulement ou une traverse. Le projectile peut produire son effet, soit par le premier choc, soit en roulant et bondissant le long du terre-plein; c'est de là qu'est venu le nom de tir à ricochet.

Lorqu'une face d'ouvrage se trouve en prise à ce genre de tir, on conçoit que ses défenses doivent être promptement ruinées; aussi, a-t-on cherché à s'en garantir, autant que possible, au moyen de traverses qui sont destinées à rendre les ricochets impossibles. Pour cela, elles doivent être espacées d'environ treize mètres. En effet, l'angle de dix degrés est regardé comme la limite supérieure des angles favorables aux ricochets; or, lorsqu'un projectile rase une crête élevée de $2^m,30$, en faisant un angle de 10° avec le plan horizontal, il vient frapper le terre-plein à treize mètres du pied de l'épaulement; par conséquent, il s'enterre au pied d'une traverse. Sur une face garnie de traverses, on ne doit donc compter que sur l'effet du premier choc.

Dans le chemin couvert, les traverses déterminées suivant d'autres conditions de défilement sont séparées par de plus grands intervalles. Ainsi, la première se trouve généralement

à 34 mètres au moins du saillant. Le projectile peut ricocher sur le terre-plein, et même, dans quelques cas favorables il peut passer par-dessus la seconde traverse.

Pour les diverses circonstances de l'emploi du ricochet, nous renvoyons au mémoire de M. le colonel Lyautey, qui a remporté le prix proposé sur ce sujet en 1825 par le comité d'artillerie (1.er numéro du Mémorial). Nous devons nous borner à chercher une solution pratique des différents problèmes de pointage qui peuvent se présenter, quand on connaît l'emplacement de la batterie par rapport à l'ouvrage qu'on doit ricocher.

Lorsqu'on se propose un problème, on doit chercher à le résoudre pour le cas le plus difficile; or, pour le ricochet, le cas le plus difficile est évidemment celui où la face qu'on veut ricocher est munie de traverses, et où, par conséquent, on ne doit compter que sur l'effet du premier choc. Nous nous poserons donc la question de cette manière : *faire passer le projectile par un point déterminé derrière la masse couvrante.*

Pour cela, il faut que le projectile vienne raser la crête intérieure que l'on nomme *le but* ou *point d'arrivée*, en faisant avec le plan horizontal un angle que l'on nomme *angle d'arrivée*, et dont la grandeur dépend de la position des objets qu'on veut frapper derrière la masse couvrante.

La différence entre le tir de plein fouet et le tir à ricochet consiste donc en ceci : dans le tir de plein fouet, la vitesse initiale reste constante; on se propose seulement de faire parvenir le projectile au but, n'importe sous quel angle. Dans le tir à ricochet, la vitesse initiale et l'angle de tir sont variables; non-seulement on veut faire parvenir le projectile au but; mais on veut l'y faire parvenir sous un angle déterminé. Dans le tir de plein fouet, on s'impose une seule condition; dans le tir à ricochet, on s'en impose deux.

Le premier problème qui se présente, est de déterminer l'angle d'arrivée, sachant à quelles distances horizontale et verticale de la crête intérieure se trouve placé le point qu'on veut atteindre.

ANGLE D'ARRIVÉE.

62. Soit A (fig. 26) la crête intérieure, B le point que l'on veut atteindre. Considérons comme une ligne droite le petit arc de trajectoire compris entre le point A et le point B; l'angle CAB sera l'angle d'arrivée; nous le représenterons par i.

Appelons a la distance verticale CB du point B à la crête, et b la distance horizontale AC; le triangle rectangle CAB nous donne

$$a = b.tang\ i;$$

d'où

$$tang\ i = \frac{a}{b}.$$

Rien n'est plus facile que de calculer l'angle i au moyen des tables de tangentes; mais l'emploi des tables, quelque simple qu'il soit, est impraticable sur le terrain; il faut donc chercher quelque solution pratique qui n'exige l'emploi d'aucune table.

En supposant les angles proportionnels à leurs tangentes, ce qui donne une approximation plus que suffisante pour la question dont il s'agit, nous avons ces deux relations fort simples :

1.° *A une même distance de la crête, l'abaissement du projectile est proportionnel à l'angle d'arrivée.*

2.° *Pour un même angle d'arrivée, l'abaissement du projectile est proportionnel à la distance de la crête.*

Si maintenant on remarque que la tangente de l'angle de 6° est 0,1051; que, par conséquent, pour l'angle de 6° et à la distance de 1 mètre, l'abaissement du projectile est à très-peu de chose près de 1 décimètre, il est facile de trouver une formule très-simple pour calculer approximativement les angles d'arrivée.

Appelons a' la hauteur DF (fig. 27), dont le projectile s'abaisse au-dessous de la crête à la distance AD = 1^{m}, et pour l'angle d'arrivée CAB = i. La hauteur DE dont il s'abaisse

à la même distance de 1 mètre pour l'angle d'arrivée de 6°, est de $0^m,1$; en prenant les tangentes proportionnelles aux angles, nous avons

$$a' : 0,1 :: i : 6°.$$

Les deux triangles semblables DAF et CAB donnent

$$CB : DF :: AC : AD,$$

ou

$$a : a' :: b : 1.$$

Multipliant cette proportion, terme à terme, avec la première, il vient

$$a : 0,1 :: b \times i : 6° ;$$

d'où

$$i = 60° \times \frac{a}{b}.$$

C'est-à-dire, que : *pour avoir l'angle d'arrivée, il faut multiplier soixante degrés par la distance verticale à la crête du point que l'on veut atteindre, et diviser par la distance horizontale.*

Cette règle est aussi facile à retenir qu'à appliquer. Pour faire voir qu'elle peut servir à calculer l'angle d'arrivée avec une approximation suffisante, voici un tableau comparatif de quelques angles calculés par cette formule et par les tables de tangentes.

Distances horizontales.	Distances verticales.	Angles d'arrivée calculés approximativement.	Angles d'arrivée calculés au moyen des tables.
m.	m.		
3	0,60	12°	11° 18′ 40″
6	1	10°	9° 27′ 40″
9	2	13° 20′	12° 31′ 40″
12	2,50	12° 30′	11° 46′
24	3	7° 30′	7° 7′ 30″
50	2	2° 20′	2° 17′ 30″

On voit que les différences peuvent être négligées dans la pratique. L'angle d'arrivée est donc complètement déterminé.

Cet angle, étant connu, devient une des données du problème pour la détermination de l'angle de tir et de la charge.

Les autres données du problème sont la distance et l'angle d'élévation du but.

La distance est toujours connue; quant à l'angle d'élévation du but, on peut le mesurer directement de la batterie. Pour cela, il suffit de diriger une règle vers la crête à franchir, et de placer le quart de cercle sur cette règle pour mesurer son inclinaison.

ANGLE DE TIR.

63. Dans le tir à ricochet, la distance du but n'est jamais très-considérable, puisqu'elle ne surpasse ou même n'atteint cinq ou six cents mètres que dans des cas exceptionnels. L'angle de tir est toujours assez grand; par conséquent, la vitesse initiale assez faible; enfin, on n'y emploie que des projectiles d'un fort calibre qui éprouvent le moins de résistance de la part de l'air. Toutes ces circonstances font que la trajectoire, dans ce genre de tir, ne diffère pas beaucoup de la parabole. On peut donc obtenir des solutions suffisamment approchées, en supposant que le mouvement s'effectue dans le vide.

Nous avons vu que, pour la parabole, l'angle de chute sur le plan horizontal passant par le point de départ, est égal à l'angle de tir. On en conclut que, dans le tir à ricochet, lorsque le but est au niveau de la batterie, il faut employer un angle de tir égal à l'angle d'arrivée que l'on veut obtenir.

Maintenant, supposons que l'angle d'élévation du but BAM = E (fig. 28), ne soit pas nul.

Si la ligne AB était horizontale, les deux angles CAB et CBA seraient égaux; or, comme l'angle E est toujours très-petit, nous pouvons, sans erreur sensible, supposer ces deux angles égaux.

Posons donc

$$CAB = CBA.$$

Par le point B menons l'horizontale BD; l'angle CBD est égal à l'angle d'arrivée i.

A cause des parallèles BD, AM, l'angle $DBA = \varepsilon$.

Donc

$$CBA = i + \varepsilon.$$

Par conséquent,

$$CAB = i + \varepsilon.$$

L'angle de tir $CAM = CAB + \varepsilon$.

Donc

$$CAM = i + 2\varepsilon.$$

C'est-à-dire que : l'*angle de tir est égal à l'angle d'arrivée plus le double de l'angle d'élévation du but.*

Cette règle donne un angle de tir évidemment trop grand ; par suite, l'angle d'arrivée qui en résulte est aussi trop grand. Dans les circonstances ordinaires du tir à ricochet, l'erreur peut aller jusqu'à 2°.

Mais remarquons que si l'on avait un angle d'arrivée rigoureusement calculé d'après la position du point à battre, ce point ne pourrait être atteint que par les projectiles rasant exactement la crête ; ce qui restreindrait les chances favorables du tir ; tandis que, au contraire, si l'angle d'arrivée est un peu trop grand, le point à battre peut être atteint par un projectile passant à une certaine hauteur au-dessus de la crête. Il est donc extrêmement important que les formules approximatives servant à calculer l'angle de tir ne puissent donner, dans aucun cas, une valeur trop faible, mais qu'elles donnent, au contraire, une valeur excédant d'un ou deux degrés l'angle strictement nécessaire.

Ainsi, par exemple, l'angle strictement nécessaire pour atteindre un point placé à 12 mètres de l'épaulement et à 2 mètres au-dessous de la crête est 9° 27′ 40″. Si, au lieu de cela, l'angle d'arrivée est de 12°, le point peut être atteint par un projectile qui, au lieu de raser la crête, passerait à 52 centimètres au-dessus.

En résumé, comme les objets que l'on veut atteindre derrière la masse couvrante ont une certaine étendue, et que le projectile doit passer à une certaine hauteur au-dessus de la crête intérieure, les formules approximatives donnent justement ce qui est nécessaire pour la pratique.

OBSERVATION SUR L'ANGLE DE POINTAGE.

64. On a coutume de placer le quart de cercle entre les deux anses, parce que les génératrices du second renfort sont moins inclinées sur l'axe que celles du premier. Mais cette méthode est gênante pour le pointeur, qui est obligé de se glisser entre la roue et le flasque. Il est beaucoup plus commode de se se servir de la génératrice supérieure du premier renfort. Les dessins gravés sur ce renfort fournissent des points de repère pour placer le quart de cercle bien au milieu, et toujours de la même manière.

L'angle que les génératrices du premier renfort font avec l'axe est de 49′ pour le 16, et de 51′ pour le 24. Il faut donc prendre, pour l'angle de pointage, l'angle de tir diminué de 50′ ou, plus simplement, de 1°. D'ailleurs, la très-petite erreur que l'on commet, dans ce cas, est en sens contraire de celle que l'on a commise dans le calcul de l'angle de tir.

Pour l'obusier de 22 centimètres, les génératrices étant parallèles à l'axe, l'angle de pointage est exactement le même que l'angle de tir.

CALCUL DES CHARGES.

65. Nous avons fait voir que, pour une même vitesse initiale, la hauteur dont le projectile tombe au-dessous de la ligne de tir, dépend uniquement de la distance mesurée sur cette ligne. Mais si nous prenons des vitesses initiales différentes, V et V, et que nous représentions par BC et B′C (fig. 29) les hauteurs correspondantes dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir, à la distance AC, nous avons, dans l'hypothèse du vide,

$$BC : \frac{1}{2}g :: AC^2 : V^2,$$

et

$$B'C : \frac{1}{2}g :: AC^2 : V'^2;$$

d'où

$$BC : B'C :: V'^2 : V^2;$$

c'est-à-dire que : *pour des vitesses initiales différentes, les hauteurs dont le projectile tombe au-dessous de la ligne de tir, à une même distance, sont en raison inverse du carré de ces vitesses initiales.*

Actuellement, considérons deux buts B et B' (fig. 30) placés à une même distance, mais à des hauteurs différentes. Supposons que l'axe de la pièce doive passer à une certaine hauteur BC au-dessus du but B, et à une certaine hauteur B' C' au-dessus du but B'; soient V et V' les vitesses initiales correspondantes.

D'après ce qui vient d'être démontré, on a

$$BC : B'C' :: V'^2 : V^2.$$

Nous pouvons, sans erreur considérable, supposer les droites BC et B' C' proportionnelles aux angles correspondants BAC et B' AC'; on a donc

$$V'^2 : V^2 :: BAC : B'AC'.$$

Mais chacun des angles BAC et B' AC' est la différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but; d'où l'on conclut que : *les carrés des vitesses initiales sont en raison inverse des différences entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but.*

Pour faire usage de cette relation, il faut passer des vitesses initiales aux poids des charges. Or, on admet que, pour les petites charges, telles que celles du ricochet, les carrés des vitesses initiales sont sensiblement proportionnels aux poids des charges. Si l'on représente par C et C' deux charges, et par V et V' les vitesses initiales correspondantes, on a

$$C : C' :: V^2 : V'^2.$$

En substituant le rapport du poids des charges à celui du carré des vitesses, on a

$$C : C' :: B'AC' : BAC.$$

C'est-à-dire que : *pour une même distance du but, les charges sont en raison inverse des différences entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but.*

Il est évident que cette règle ne peut donner des résultats rigoureusement exacts, puisque, pour y parvenir, nous commettons plusieurs erreurs. Nous supposons que le mouvement a lieu dans le vide; nous substituons le rapport des angles BAC et B′AC′ au rapport des droites BC et B′C′; ce qui revient à prendre les angles proportionnels à leurs tangentes; enfin, nous supposons les poids des charges proportionnels aux carrés des vitesses initiales, ce qui n'est pas complétement vrai. Plus loin, nous discuterons ces erreurs; nous ferons voir que chacune d'elles, prise séparément, pourrait être négligée; qu'en outre, elles sont en sens contraires et tendent à se compenser en partie.

66. Considérons deux buts B et B′ (fig. 31), placés à des distances différentes D et D′, mais ayant même angle d'élévation ε. Supposons qu'on veuille atteindre ces buts avec le même angle de tir; soient V et V′ les vitesses initiales correspondantes. Représentons par BC la hauteur à laquelle la ligne de tir doit passer au-dessus du but B, et par B′C′ la hauteur à laquelle elle doit passer au-dessus du but B′.

Dans l'hypothèse du vide, on a

$$BC : \frac{1}{2}g :: AC^2 : V^2,$$

et

$$B'C' : \frac{1}{2}g :: AC'^2 : V'^2.$$

D'où

$$V^2 : V'^2 :: AC^2 \times B'C' : AC'^2 \times BC.$$

Mais on a

$$AC : AC' :: D : D',$$

et

$$BC : B'C' :: D : D'.$$

Donc

$$V^2 : V'^2 :: D : D'.$$

C'est-à-dire que : *pour une même différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but, les carrés des vitesses initiales sont proportionnels aux distances du but.*

Substituant le rapport des poids des charges au rapport des carrés des vitesses initiales, il vient

$$C : C' :: D : D'.$$

C'est-à-dire que : *pour une même différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but, les charges sont proportionnelles aux distances.*

Nous ferons pour cette règle la même observation que pour la précédente. Nous y arrivons en commettant deux erreurs : la première, en supposant le mouvement dans le vide ; la seconde, en prenant les poids des charges proportionnels aux carrés des vitesses initiales. Mais nous ferons voir que ces erreurs, dont chacune prise séparément pourrait être négligée, sont en sens contraires et se compensent en partie.

67. Au moyen de ces relations, on peut calculer les charges convenables pour tous les cas, lorsqu'on connaît la charge correspondant à une distance donnée, et à une différence donnée entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but.

Représentons par C' la charge correspondant à une distance D', et à une différence E' entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but ; on a la charge C, correspondant à la distance D et à la différence E entre les deux angles, au moyen de la formule

$$C = \frac{D}{E} \times \frac{C'.D'}{E'}.$$

Le facteur $\frac{C'.D'}{E'}$ est un nombre constant pour chaque calibre. Ce nombre peut être considéré comme la charge fictive correspondant à la distance de 1 mètre, et à la différence de 1 degré entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but.

D'après les résultats d'expériences faites avec tout le soin possible, on a trouvé :

Pour le canon de 24	$\frac{C'.D'}{E'}$	= 6 gr.
Pour le canon de 16		= 5 gr.
Pour l'obusier de 22 cent.		= 9 gr.
Pour le mortier de 15 cent.		= 5 gr. 5

On voit que les tables se réduisent à un seul nombre pour chaque calibre.

RÉSUMÉ DES RÈGLES PRATIQUES POUR LE TIR A RICOCHET.

68. 1.° L'angle d'arrivée est égal à 60°, multipliés par la distance verticale du point que l'on veut atteindre à la crête de la masse couvrante, et divisés par la distance horizontale.

2.° L'angle de tir est égal à l'angle d'arrivée plus le double de l'angle d'élévation du but.

3.° La charge est égale à un poids constant pour chaque calibre, multiplié par la distance du but et divisé par la différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but.

Pour faire bien comprendre l'ensemble de ces formules, prenons un exemple.

Supposons qu'avec un obusier de 22 centimètres on veuille atteindre un point placé à 12 mètres en arrière d'une traverse, et à $2^{m},50$ au-dessous de la crête qui se trouve à 350 mètres de la batterie, avec un angle d'élévation de 1°; c'est un commandement de six mètres environ.

Pour avoir l'angle d'arrivée, il faut multiplier 60° par la distance verticale 2,50, et diviser par la distance horizontale 12; ce qui donne

$$\frac{60^\circ \times 2{,}5}{12} = 12^\circ\,30'.$$

L'angle d'arrivée doit donc être de 12° 30'.

L'angle de tir est égal à l'angle d'arrivée plus deux fois l'angle d'élévation du but; donc l'angle de tir est égal à

$$12^\circ\,30' + 2^\circ = 14^\circ\,30'.$$

La charge est égale au poids constant de 9 grammes multiplié par la distance du but 350, et divisé par la différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but; cette différence est de 13° 30'. On a donc pour la charge

$$C = 9^{g} \times \frac{350}{13 + \frac{1}{2}} = 233^{g},33.$$

OBSERVATIONS SUR LES CAUSES D'IRRÉGULARITÉ DU TIR.

69. Lorsque l'on compare les déviations ordinaires des projectiles avec les erreurs de pointage qui seraient nécessaires pour les produire, on est bientôt convaincu que ces erreurs de pointage n'entrent que pour une très-faible part dans les causes d'irrégularité du tir. Ainsi, par exemple, il résulte de l'expérience que, pour la pièce de 24, placée sur plate-forme de siége et tirant à 1000 mètres, la déviation latérale moyenne est de 2 mètres. Pour attribuer cette déviation à une erreur de pointage, il faudrait admettre qu'au lieu de viser par le cran de mire du bourlet, on a visé par un point situé à six millimètres à droite ou à gauche. Ce qui prouve d'ailleurs incontestablement que les déviations latérales ne dépendent pas uniquement de la direction imprimée au projectile, à l'origine du mouvement, c'est qu'elles ne s'accroissent pas proportionnellement à la distance. Des expériences faites avec soin ont fait voir que, dans certains cas, elles croissent plus rapidement que la distance; dans d'autres cas, après avoir atteint une certaine limite dans un sens, elles vont en diminuant, et finissent même par passer en sens contraire. Cet effet est surtout sensible pour les obus. On voit donc que la force déviatrice, résultant du mouvement de rotation des projectiles, doit être considérée comme la principale cause des déviations latérales.

Quant aux déviations verticales, elles dépendent, non-seulement du mouvement de rotation, mais encore des différences dans la vitesse initiale et dans l'angle de départ, résultant du dernier battement dans l'âme.

D'après les expériences de Lombard, les différences dans l'angle de départ peuvent s'élever jusqu'à 15 minutes; ce qui correspond à une erreur de hausse d'environ 10 ou 12^{mm} pour les pièces de siége, et 8 ou 10^{mm} pour les pièces de campagne.

Quant aux différences entre les vitesses initiales, elles proviennent, pour une même poudre et pour une même pièce,

du plus ou moins de vent du boulet et de l'encrassement de l'âme. Sous ce dernier rapport, les premiers coups présentent toujours des anomalies assez considérables. Lorsqu'une pièce a été lavée, même quand elle est parfaitement sèche, les premiers coups sont trop courts. Au bout de deux ou trois coups, l'âme commence à s'encrasser, la portée augmente et le tir devient plus régulier. Lorsque la pièce n'a pas été lavée et que la crasse a eu le temps d'absorber l'humidité de l'air, le premier coup est généralement trop long. Ces effets sont parfaitement sensibles à l'éprouvette et surtout au tir à ricochet; il en résulte quelquefois des différences de portée de 100 mètres pour une distance du but de 350 mètres. On voit par là qu'on ne doit jamais se hâter de régler le tir d'après les premiers coups.

DEUXIÈME PARTIE.

NOTE SUR LA RÉSISTANCE DE L'AIR.

70. Lorsqu'un projectile se meut dans l'air, il éprouve deux sortes de résistance : l'une, dépendant uniquement du mouvement de translation, est constamment dirigée en sens contraire de la vitesse du centre de gravité, et tend, par conséquent, à diminuer cette vitesse; l'autre, dépendant du mouvement de translation combiné avec le mouvement de rotation, change à chaque instant de direction avec l'axe instantané de rotation.

La résistance due au mouvement de translation dépend à la fois de la forme du mobile, de son étendue, de sa vitesse et de la densité de l'air qu'il traverse.

La détermination de la dépendance mutuelle de ces diverses quantités est un des problèmes les plus difficiles de la mécanique, tant sous le rapport théorique que sous le rapport expérimental; aussi s'en faut-il de beaucoup qu'il soit complétement résolu.

Pour les corps sphériques, tels que les projectiles de l'artillerie, on admet que la résistance est proportionnelle au carré du rayon, à la densité de l'air et à une certaine fonction de la vitesse dont la forme n'est pas connue, mais qui croît un peu plus rapidement que le carré; de sorte qu'en exprimant la résistance au moyen de deux termes, le premier proportionnel au carré de la vitesse, le second au cube, on obtient une formule d'interpolation qui paraît suffisamment approchée pour les vitesses qui ne dépassent pas six cents mètres par seconde. En représentant par R la résistance exprimée en

kilogrammes ; par q le poids d'un mètre cube d'air ; par r le rayon du projectile ; par v la vitesse, on a

$$R = q.r^2 (Av^2 + Bv^3) = q.r^2.v^2 (A + Bv).$$

A et B étant deux coefficients qui doivent être déterminés par expérience.

Occupons-nous d'abord du nombre q, qui exprime le poids d'un mètre cube d'air. Il est évident que ce poids doit varier avec la pression barométrique, la température et l'état hygrométrique.

Sous la pression de $0^m,76$ et à la température 0°, le poids d'un mètre cube d'air sec est de

$$1^k,2991.$$

En représentant par q le poids d'un mètre cube d'air sec à la température θ et sous la pression h, on a

$$q = \frac{h}{0,76} \cdot \frac{1,2991}{(1 + \theta . 0,00375)}.$$

Au moyen de cette formule, on forme le tableau suivant :

		POIDS d'un mètre cube d'air sec sous la pression de			
		$0^m,77$	$0^m,76$	$0^m,75$	$0^m,74$
		k.	k.	k.	k.
A la température de	— 10°	1,3671	1,3497	1,3310	1,3142
	0	1,3159	1,2991	1,2820	1,2649
	+ 10	1,2683	1,2522	1,2358	1,2192
	+ 20	1,2213	1,2085	1,1926	1,1767
	+ 30	1,1828	1,1677	1,1523	1,1370

Dans les calculs précédents, nous avons supposé l'air parfaitement sec ; mais l'atmosphère contient toujours une certaine quantité de vapeur d'eau dont la tension s'ajoute à la tension de l'air sec. La pression barométrique se compose donc d'une pression due à la tension de l'air sec, et d'une pression due à la

tension de la vapeur d'eau. Comme la densité de la vapeur d'eau n'est, à température et tension égales, que les 0,66 de la densité de l'air sec, il en résulte que la densité de l'air atmosphérique est d'autant moindre, toutes choses égales d'ailleurs, que le degré d'humidité est plus considérable.

Supposons, par exemple, qu'à la température de 25° et sous la pression de 0,^{m}75, l'air atmosphérique soit à peu près saturé d'humidité. Dans le vide, le maximum de tension de la vapeur à 25° est de 0^{m},02309; prenons seulement 0^{m},02 pour la tension de la vapeur répandue dans l'air. La pression barométrique se compose de 0^{m},73 dus à l'air sec, plus 0^{m},02 dus à la vapeur; par conséquent, le poids d'un mètre cube d'air atmosphérique se compose :

Du poids d'un mètre cube d'air sec à la température de 25° et sous la pression de 0^{m},73. . . . . 1^{k},1409

Du poids d'un mètre cube de vapeur d'eau à 25° et sous la pression de 0^{m},02. . . . . 0^{k},0206

Poids d'un mètre cube d'air humide . . . . 1^{k},1615

Le poids d'un mètre cube d'air sec à la température de 25° et sous la pression de 0^{m},75 serait 1^{k},1721.

Nous voyons donc que la densité de l'air, et par suite, la résistance, augmentent par un temps froid et sec, et diminuent par un temps chaud et humide.

On peut admettre que le poids q d'un mètre cube d'air atmosphérique varie moyennement de 1^{k},15 à 1^{k},30. Nous prendrons 1^{k},20 comme le nombre qui correspond le mieux aux circonstances atmosphériques les plus ordinaires.

Le nombre q étant connu, il ne reste plus qu'à déterminer pour les coefficients A et B les valeurs qui établissent le meilleur accord possible entre les résultats fournis par la formule et ceux de l'expérience. Malheureusement, les résultats de l'expérience, surtout pour les grandes vitesses, sont très-peu nombreux; de sorte qu'il peut rester beaucoup d'incertitude sur les valeurs de A et de B; mais, comme on le verra, la marche des calculs et les conclusions que nous voulons en

tirer sont indépendantes d'une rigueur absolue dans la détermination de ces valeurs.

L'ensemble des résultats connus jusqu'à présent donne

$$A = 0{,}102873 \qquad B = 0{,}00013392.$$

De sorte que, pour une sphère de $0^m{,}1$ de rayon, et qui se meut avec une vitesse de 100 mètres par seconde, on a

$$R = 1^k{,}20 \times 0{,}01 \times 10000\,(0{,}102873 + 0{,}013392) = 13^k{,}95.$$

71. En posant $K = \frac{A}{B} = 768{,}167$, et $n = q\,.\,r^2\,.\,B$,

l'expression de la résistance

$$R = q\,.\,r^2\,.\,v^2\,(A + B\,v)$$

peut se mettre sous la forme

$$R = n\,.\,v^2\,(K + v).$$

Le coefficient n qui contient r^2 varie pour chaque calibre.

Pour la résistance rapportée à l'unité de masse, on a

$$\frac{R}{m} = \frac{n}{m}\,.\,v^2\,(K + v).$$

Posons $\frac{n}{m} = \frac{1}{C_1}$;

il vient

$$\frac{R}{m} = \frac{1}{C}\,.\,v^2(K + v).$$

Si nous représentons le poids du projectile par P, nous avons

$$p = m\,.\,g;$$

d'où

$$m = \frac{P}{g} \qquad \text{et} \qquad C = \frac{P}{n\,.\,g}.$$

Il est donc facile de calculer, pour chaque projectile, les valeurs des coefficients n et C, quand on connaît son rayon et son poids. On forme ainsi le tableau suivant :

	Calibres.	Rayons.	Carré du rayon.	Poids.	Valeurs de n.	Valeurs de C.
		mm.		k.		
Boulets de	36	84	0,007056	18,28	0 0000011339	1643360
	30	80	0,006400	15,34	0,0000010295	1518950
	24	74	0,005470	12	0,0000008800	1390190
	18	67	0,004489	9,12	0,0000007214	1288700
	16	65	0,004225	8	0,0000006800	1199400
	12	59	0,003481	6	0,0000005600	1092300
	8	51,5	0,002662	4	0,0000004300	948360
	6	46	0,002116	3	0,0000003400	899550
Bombes et obus de	32c	160	0,025600	72	0,0000034219	2144800
	27c	135	0,018225	49	0,0000029289	1705500
	22c	110	0,012100	22	0,0000019445	1153300
	22c	110	0,012100	25	0,0000019445	1310600
	17c	085	0,007225	11,8	0,0000011611	1036100
	16c	080	0,006400	10	0,0000010295	1041700
	15c	074	0,005476	7,8	0,0000008800	821280
	12c	059	0,003481	3,9	0,0000005594	711068

NOTE SUR L'ÉQUATION DE LA TRAJECTOIRE.

72. Prenons pour origine la bouche à feu ; pour axe des x, une horizontale dirigée dans le sens du tir ; pour axe des y, une verticale dirigée en sens contraire de la pesanteur.

Représentons par

R la résistance dirigée en chaque point tangentiellement à la trajectoire et en sens contraire de la vitesse du projectile ;

v la vitesse variable du projectile ;

u la composante horizontale de la vitesse ;

u' la composante verticale ;

α l'angle variable que la tangente à la trajectoire fait avec l'axe des x.

on a

$$u = v \,.\, Cos\, \alpha\,; \qquad \frac{u'}{u} = tang\, \alpha = \frac{dy}{dx}.$$
$$u' = v\, Sin\, \alpha\,;$$
$$v^2 = u^2 + u'^2\,;$$

Posons

$$\frac{dy}{dx} = p;$$

on a,

$$u' = p\,.\,u \qquad v = \sqrt{1+p^2}\,.\,u.$$

Les équations différentielles seront

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\mathrm{R}}{m}\,.\,\frac{u}{v}\,;$$

et

$$\frac{du'}{dt} = -g - \frac{\mathrm{R}}{m}\,.\,\frac{u'}{v}.$$

A cause de $u' = pu$, cette dernière équation devient

$$u\,.\,\frac{dp}{dt} + p\,.\,\frac{du}{dt} = -g - p\,.\,\frac{\mathrm{R}}{m}\,.\,\frac{u}{v}.$$

En retranchant de cette dernière équation la première, multipliée par p, il reste

$$u\,.\,\frac{dp}{dt} = -g.$$

Nous avons donc les deux équations

$$(1)\quad \frac{du}{dt} = -\frac{\mathrm{R}}{m}\,.\,\frac{u}{v}.$$

$$(2)\quad u\,.\,\frac{dp}{dt} = -g.$$

Divisant ces deux équations membre à membre, il reste

$$\frac{du}{u \, . \, dp} = \frac{\mathrm{R}}{g \, . \, m} \, . \, \frac{u}{v} \, ;$$

d'où

$$(3) \quad dp = \frac{g \, . \, m \, . \, v \, . \, du}{\mathrm{R} \, . \, u^2} \, ;$$

Puisque R est une fonction de v, et que

$$v = \sqrt{1 + p^2} \, . \, u$$

l'équation (3) ne contient plus que les deux variables u et p, et leurs différentielles du, dp.

En multipliant les deux membres de l'équation (2) par u, et remarquant que $u.dt = dx$, il vient

$$(4) \quad u^2 dp = - g \, . \, dx.$$

Multipliant les deux membres de cette équation par p, et remarquant que $p.dx = dy$, il vient

$$(5) \quad u^2 \, . \, p \, . \, dp = - g \, . \, dy.$$

On a donc ces trois équations qui renferment toute la solution du problème.

$$(3) \quad dp = \frac{g \, . \, m \, . \, v}{\mathrm{R} \, . \, u^2} \, . \, du$$

$$(4) \quad u^2 \, . \, dp = - g \, . \, dx$$

$$(5) \quad u^2 \, . \, p \, . \, dp = - g \, . \, dy.$$

73. Nous sommes parvenus à ces équations sans faire aucune hypothèse sur l'expression de la résistance R en fonction de la vitesse. Maintenant, si dans l'équation (3) nous remplaçons

$\frac{\mathrm{R}}{m}$ par sa valeur $\frac{1}{\mathrm{C}} \, . \, v^2 (k + v)$,

il vient

$$dp = \frac{g \, . \, \mathrm{C} \, . \, du}{v \, . \, u^2 \, . \, (k + v)}$$

$$dp = \frac{g \cdot C \cdot du}{\sqrt{1+p^2}\,(k+\sqrt{1+p^2} \cdot u) \cdot u^3}$$

d'où

$$(6) \quad \left[k \cdot \sqrt{1+p^2} + (1+p^2) \cdot u\right] dp - g \cdot C \frac{du}{u^3} = o,$$

Équation différentielle du premier ordre qui n'est pas intégrable tant qu'on suppose K constant, mais qui peut servir, au moyen des séries, à calculer les valeurs correspondantes de u et de p.

Quand on connait les valeurs correspondantes de u et de p, les deux équations $u^2\,dp = -\,gdx$ et $u^2pdp = -\,gdy$ servent à calculer les valeurs de x et de y par la méthode des quadratures.

74. On sait que, dans le cas où l'on exprime la résistance au moyen d'un seul terme proportionnel au carré de la vitesse, on obtient des équations faciles à traiter en posant $p = o$; ce qui revient à supposer que le coefficient de la résistance est multiplié par le facteur $\cos\alpha$. L'équation (6) peut devenir également très-facile à intégrer en faisant p^2 égal à une constante.

Soit φ l'angle de tir : posons $p = \tang\varphi$; cela revient à admettre que dans l'expression de la résistance

$$R = q \cdot r^2 \cdot (A v^2 + B v^3)$$

les coefficients A et B, au lieu d'être constants, sont multipliés, le premier par le facteur

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\varphi};$$

le second, par le facteur

$$\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\varphi}.$$

Ces facteurs varient très-peu tant qu'on se borne à faire varier l'angle α entre les limites que comportent le tir de plein

fouet et le tir à ricochet. Ainsi, par exemple, en faisant varier l'angle α depuis $+5^{\circ}$ jusque -5°, le coefficient

$$A \cdot \frac{Cos\, \alpha}{Cos\, \varphi}$$

varie depuis 0,10287 jusqu'à 0,10326, et le coefficient

$$B \frac{Cos^2\, \alpha}{Cos^2\, \varphi}$$

varie depuis 0,00013392 jusqu'à 0,00014355.

Ces coefficients atteignent leur plus grande valeur quand on fait $\alpha = o$, c'est-à-dire, au point le plus élevé de la trajectoire. Pour toutes les valeurs de α comprises entre $+\varphi$ et $-\varphi$, leurs valeurs sont un peu trop fortes. Notre hypothèse donne donc une résistance un peu trop forte entre ces deux limites; par conséquent, l'erreur commise tend à diminuer toutes les ordonnées, et la courbe obtenue se trouve située au-dessous de la trajectoire réelle. Mais si l'on continue à faire décroître α au delà de $-\varphi$, les coefficients deviennent trop faibles; cela revient à supposer une résistance plus faible que celle qui a réellement lieu; par suite, les ordonnées de la courbe décroissent moins rapidement que celles de la trajectoire réelle; les deux courbes se rapprochent l'une de l'autre, et finissent par se couper.

Cette discussion fait voir que, pour le tir de plein fouet et pour le tir à ricochet, on peut substituer à la trajectoire réelle la courbe obtenue au moyen de l'hypothèse que nous avons faite, en faisant varier l'angle α depuis l'angle de tir jusqu'à une valeur négative qui surpasse l'angle de tir de un ou deux degrés.

Si dans l'équation

$$\left[k\sqrt{1+p^2}+(1+p^2)\,u\right]dp - \frac{gC}{u^3}\,du = o,$$

on remplace p^2 par $tang^2\,\varphi$, il vient

$$\left(\frac{k}{Cos\,\varphi} + \frac{u}{Cos^2\,\varphi}\right)dp - \frac{g\,.\,C\,.\,du}{u^3} = o$$

Remplaçant dp par sa valeur

$$dp = -\frac{g}{u^2} \cdot dx,$$

Il vient

$$dx = -\frac{C \cdot Cos^2 \varphi \cdot du}{u \cdot (k \, Cos \, \varphi + u)}.$$

Intégrant, et déterminant la constante par la condition qu'à l'origine

$$u = V \, Cos \, \varphi.$$

V étant la vitesse initiale, on a

$$x = \frac{C \cdot Cos \, \varphi}{k} \cdot log \frac{\frac{k \, Cos \, \varphi}{u} + 1}{\frac{k}{V} + 1}.$$

De cette équation on tire

$$\frac{1}{u} = \frac{e^{\frac{k\,x}{C \cdot Cos \, \varphi}} \left(\frac{k}{V} + 1\right) - 1}{k \cdot Cos \, \varphi}$$

Posons

$$\frac{k}{V} + 1 = a \quad \text{et} \quad e^{\frac{k\,x}{C \cdot Cos \, \varphi}} = z$$

d'où

$$dx = \frac{C \cdot Cos \, \varphi}{k} \cdot \frac{dz}{z},$$

nous avons

$$\frac{1}{u} = \frac{a \cdot z - 1}{k \, Cos \, \varphi};$$

Remplaçant $\frac{1}{u}$ par cette valeur dans l'équation

$$dp = -\frac{g}{u^2} \cdot dx$$

nous avons

$$dp = -\frac{g\,C}{k^3\,Cos\,\varphi}\left(a^2 z - 2a + \frac{1}{z}\right)dz\,,$$

Intégrant, et remarquant qu'à l'origine $p = tang\,\varphi$ et $z = 1$, il vient

$$p = tang\,\varphi - \frac{g\,C}{k^3\,.\,Cos\,\varphi}\left[\frac{1}{2}a^2(z^2-1) + 2a(z-1) + log\,z\right];$$

remplaçant p par sa valeur $\frac{dy}{dx}$, il vient

$$dy = tang\,\varphi\,.\,dx - \frac{gC^2}{k^4}\left[\frac{1}{2}a^2\left(z-\frac{1}{z}\right) - 2a\left(1-\frac{1}{z}\right) + \frac{log\,z}{z}\right]dz$$

Intégrant, et remarquant qu'à l'origine $x = o$, $y = o$, $z = 1$, il vient

$$y = tang\,\varphi\,.\,x - \frac{gC^2}{k^4}\left[\frac{1}{4}a^2(z^2-1) - \frac{1}{2}a^2\,.\,log\,z - 2a(z-1) + 2a\,.\,log\,z + \frac{1}{2}(log\,z)^2\right].$$

Remplaçant z par sa valeur $e^{\frac{k\,x}{C\,.\,Cos\,\varphi}}$

il vient

$$y = tang\,\varphi\,.\,x - \frac{gC^2}{k^4}\left[\frac{1}{4}a^2\left(e^{\frac{2\,k\,x}{C.Cos\,\varphi}} - 1\right) - \frac{1}{2}a^2\,.\,\frac{k\,.\,x}{C\,.\,Cos\,\varphi} - 2a\left(e^{\frac{k\,x}{C.Cos\,\varphi}} - 1\right) + \frac{2akx}{C\,.\,Cos\,\varphi} + \frac{1}{2}\,\frac{k^2\,x^2}{C^2\,.\,Cos^2\,\varphi}\right].$$

Développant les exponentielles et effectuant les réductions, il vient

$$y = tang\,\varphi.x - \frac{gC^2}{k^4}\left[(a-1^2)\frac{k^2\,x^2}{2.C^2.Cos^2\varphi} + \frac{a\,k^3\,x^3}{3C^3\,Cos^3\,\varphi}\left((a-1) + \frac{2(a-1)}{4}\,\frac{kx}{C.Cos\,\varphi} + \frac{(4a-1)}{4.5}\,\frac{k^2\,x^2}{C^2\,Cos^2\,\varphi} + \frac{(8a-1)}{4.5.6}\,\frac{k^3\,x^3}{C^3\,Cos^3\,\varphi}\right.\right.$$

Remplaçons a par sa valeur $\frac{K}{V}+1$,

il vient

$$y = tang\varphi . x - \frac{g x^2}{V^2 Cos^2\varphi}\left[\frac{1}{2}+\frac{(k+V)x}{3 C Cos\varphi}\left(1+\frac{(2k+V)}{4k}\cdot\frac{kx}{C.Cos\varphi}\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{(4k+3V)}{4.5.k}\frac{k^2.x^2}{C^2.Cos^2\varphi}+\frac{(8k+7V)}{4.5.6.k}\frac{k^3x^3}{C^3.Cos^3\varphi}+\ldots\ldots\right)\right]$$

La série qui multiplie le terme en x^3 est toujours très-convergente tant que le facteur

$$\frac{kx}{2.C.Cos\varphi}$$

est moindre que 1, condition qui est satisfaite dans les circonstances ordinaires du tir de plein fouet et du tir à ricochet.

Posons

$$k' = 1 + \frac{(2k+V)}{4k}\frac{kx}{C.Cos\varphi} + \frac{(4k+3V)}{4.5.k}\cdot\frac{k^2x^2}{C^2 Cos^2\varphi}$$
$$+\frac{(8k+7.V)}{4.5.6.k}\cdot\frac{k^3x^3}{C^3 Cos^3\varphi}+\ldots.$$

nous aurons

$$(A)\quad y = tang\varphi . x - \frac{gx^2}{V^2 Cos^2\varphi}\left[\frac{1}{2}+\frac{k'(k+V)x}{3C.Cos\varphi}\right].$$

Si l'on suppose la résistance nulle, il suffit de faire dans cette équation $C=\infty$, on retombe sur l'équation de la parabole

$$y = tang\varphi . x - \frac{gx^2}{2V^2 Cos^2\varphi}.$$

La différence entre l'ordonnée de la parabole et l'ordonnée correspondante de la trajectoire est égale à

$$\frac{g.k'(k+V)x^3}{3C.V^2 Cos^3 \varphi}.$$

Cette différence s'accroit très-rapidement à mesure que x augmente. D'après cela, on a d'abord peine à comprendre comment il peut arriver que les résultats de l'expérience viennent, dans un grand nombre de cas, confirmer ceux du calcul, lorsque ce calcul est uniquement fondé sur l'hypothèse du vide; mais on finit par reconnaître que cet accord tient à une compensation d'erreurs dont il est facile de se rendre compte. En effet, la vitesse initiale n'est pas connue; on la calcule d'après la portée. La vitesse ainsi déterminée, est évidemment beaucoup moindre que la vitesse réelle. En l'introduisant dans l'équation de la parabole, on obtient une courbe qui ne diffère pas considérablement de la trajectoire réelle. A plus forte raison, si l'on introduit la vitesse initiale résultant de la portée dans l'équation qu'on obtient en exprimant la résistance au moyen d'un seul terme proportionnel au carré de la vitesse, ou mieux, au moyen de deux termes, le premier proportionnel au carré; le second au cube, on doit obtenir une courbe qui approche beaucoup de se confondre avec la trajectoire réelle.

Cette compensation d'erreurs n'avait pas échappé à Lombard, ainsi qu'on peut le voir par le passage suivant, extrait du traité du mouvement des projectiles. (*Remarque* 111.)

„ Cet accord (de l'expérience avec le calcul) n'est donc pas „ toujours une preuve qu'on ait rencontré la vraie loi suivant „ laquelle l'air résiste au mouvement des projectiles; il donne „ seulement à présumer que, si l'on admet la même loi de ré- „ sistance pour la recherche de la vitesse initiale du boulet, „ et dans l'usage que l'on fait ensuite de cette vitesse pour di- „ riger le canon, la pratique pourra s'accorder avec la théorie, „ quand même cette loi ne serait pas exactement celle de la na- „ ture; au lieu qu'en employant, pour connaître la vitesse, une

„ méthode indépendante de toute hypothèse de résistance comme „ celle de Robins, cet accord ne sera possible qu'autant que la „ théorie sera fondée sur la vraie résistance de l'air. "

75. Lorsqu'on compare la trajectoire dans l'air avec la parabole qui donnerait même portée horizontale pour le même angle de tir, on remarque que la parabole est complétement enveloppée par la trajectoire, depuis le point de départ jusqu'au point de chute. Il est facile de démontrer qu'il doit toujours en être ainsi, quel que soit l'angle de tir et quelle que soit la loi de la résistance de l'air.

En effet, supposons qu'un projectile soit lancé suivant un certain angle de tir φ; dans le vide, il décrirait la parabole AMB (fig. 32). Pour obtenir la même portée horizontale dans l'air, il faut nécessairement admettre une vitesse initiale plus grande; par conséquent, la trajectoire commence par s'élever au-dessus de la parabole. Pour démontrer qu'elle l'enveloppe complétement jusqu'au point de chute, il suffit de faire voir qu'elle ne peut la couper qu'en un seul point au delà du point de départ.

Pour cela prenons l'équation (4).

$$u^2\,dp = -g\,dx \qquad dp = -\frac{g}{u^2}\cdot dx,$$

Dans le vide, la composante de la vitesse u reste constante; il s'ensuit que la tangente p de l'angle que la courbe fait en chaque point avec l'axe des x décroît uniformément et proportionnellement aux accroissements de l'abscisse. Dans l'air, la vitesse horizontale u va en diminuant; il s'ensuit que p va en diminuant plus rapidement que l'abscisse n'augmente.

Ainsi, lorsque, pour une même abscisse, l'angle que l'élément correspondant de la trajectoire dans l'air fait avec l'axe des x, est devenu plus petit que l'angle de l'élément correspondant de la parabole, il reste nécessairement plus petit pour toutes les abscisses suivantes.

Or, il est évident que, pour que la trajectoire dans l'air coupe la parabole, il faut qu'au point d'intersection l'angle

que cette trajectoire fait avec l'axe des x soit moindre que l'angle que la parabole fait avec le même axe; et pour que les deux courbes pussent se couper en un second point, il faudrait que le contraire eût lieu en ce second point; ce qui est impossible. Donc la trajectoire enveloppe complètement la parabole depuis le point de départ jusqu'au point de chute.

NOTE SUR LE TIR DE PLEIN FOUET.

76. Dans les circonstances ordinaires du tir de plein fouet, on peut faire usage de l'équation

$$(A)\quad y = tang\,\varphi \,.\, x - \frac{g\,x^2}{V^2 \,Cos^2 \varphi}\left(\frac{1}{2} + \frac{k'\,(k+V)\,x}{3\,C\,.\,Cos\,\varphi}\right);$$

La valeur de k' augmente avec la vitesse initiale V et avec la valeur de x. Moyennement on peut poser

$$k' = \frac{3}{2};$$

l'équation devient

$$y = tang\,\varphi \,.\, x - \frac{g\,x^2}{2\,V^2\,Cos^2\,\varphi}\left(1 + \frac{(k+V)\,x}{C\,.\,Cos\,\varphi}\right).$$

Les deux premiers termes

$$y = tang\,\varphi \,.\, x$$

représentent la ligne de tir; la seconde partie

$$\frac{g x^2}{2\,V^2\,Cos^2\,\varphi}\left(1 + \frac{(k+V)\,x}{C.\,Cos\,\varphi}\right)$$

représente la quantité dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir à la distance x.

Si l'on mesure cette distance sur la ligne de tir elle-même, et qu'on représente cette distance par z, on a

$$x = z\,Cos\,\varphi.$$

Mettant cette valeur à la place de x et représentant par BC la quantité dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir à la distance z, on a

$$BC = \frac{g z^2}{2 V^2}\left(1 + (k + V) z\right).$$

Comme on voit, cette expression est tout à fait indépendante de l'angle de tir φ, et dépend uniquement de la distance z; on en conclut ce principe important pour le tir de plein fouet :

Pour un même calibre et pour une même vitesse initiale, la quantité dont le projectile s'abaisse au-dessous de la ligne de tir reste toujours la même pour une même distance mesurée sur cette ligne, quel que soit l'angle de tir.

Bien entendu que ce priucipe n'est vrai que pour la courbe représentee par l'équation (A) dans laquelle on suppose K' constant. Par conséquent, on n'en doit faire des applications à la pratique qu'entre les limites où cette courbe peut être substituée à la trajectoire réelle.

77. Divisons par x les deux membres de l'équation (A), nous avons

$$\frac{y}{x} = tang\,\varphi - \frac{g x}{2 V^2 \, Cos^2 \varphi}\left(1 + \frac{(k + V)\,x}{C.\,Cos\,\varphi}\right).$$

Si l'on suppose que y et x soient les coordonnées du but, $\frac{y}{x}$ sera la tangente de l'angle d'élévation. Remplaçant $\frac{y}{x}$ par $tang\,\varepsilon$, il vient

$$tang\,\varphi - tang\,\varepsilon = \frac{g x}{2 V^2 .\, Cos^2 \varphi}\left(1 + \frac{(k + V)\,x}{C.\,Cos\,\varphi}\right),$$

Remplaçant l'angle φ par sa valeur $\alpha + \varepsilon$, et effectuant les calculs (α étant l'angle de mire), on a

$$tang\,\alpha = \frac{1 + tang^2\,\alpha}{1 - tang\,\alpha .\, tang\,\varepsilon} . \frac{g x}{2 V^2}\left(1 + \frac{\sqrt{1 + tang^2\,\alpha}\,(k + V)\,x}{\sqrt{1 - tang\,\alpha\; tang\,\varepsilon} .\, C}\right.$$

Mais on a pour la hausse totale

$$H = l\,tang\,\alpha\,;$$

donc

$$H = l\frac{1+tang^2\alpha}{1-tang\,\alpha.tang\,\varepsilon}.\frac{g\,x}{2V^2}\left(1+\frac{\sqrt{1+tang^2\alpha}.(k+V)x}{\sqrt{1-tang\,\alpha.tang\,\varepsilon}\;C}\right).$$

Les deux facteurs

$$\frac{1+tang^2\alpha}{1-tang\,\alpha\,.\,tang\,\varepsilon} \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{1+tang^2\alpha}}{\sqrt{1-tang\,\alpha.tang\,\varepsilon}}$$

augmentent en même temps que les deux angles α et ε. Mais comme ces angles restent toujours très-petits, on peut, sans erreur considérable, poser chacun de ces facteurs égal à l'unité; l'expression de la hausse totale devient alors

$$H = l\frac{g\,x}{2\,V^2}\left(1+\frac{(k+V)\,x}{C}\right).$$

Soient H et H' deux hausses totales correspondant aux distances x et x', on a

$$H = \frac{l\,g\,x}{2V^2}\left(1+\frac{(k+V)x}{C}\right)$$

$$H' = \frac{l\,g\,x'}{2V^2}\left(1+\frac{(k+V)\,x'}{C}\right);$$

Divisant membre à membre et posant $\frac{k+V}{C} = q$, il vient

$$\frac{H}{H'} = \frac{x\,(1+q\,x)}{x'\,(1+q\,x')};$$

C'est justement la formule dont nous avons fait usage (39) pour le calcul des hausses totales.

La valeur de q augmente avec la vitesse initiale V. En supposant une vitesse initiale de 500^m, on forme le tableau suivant des valeurs de q pour les différents calibres.

	Calibres.	Valeurs de q.
Canons de........	30	0,00083
	24	0,00091
	16	0,00105
	12	0,00115
	8	0,00133
Obusiers de.......	22 cent.	0,00096
	16 cent.	0,00121
	15 cent.	0,00154

Les valeurs de q comprises dans ce tableau sont un peu moindres que celles que l'on déduirait des hausses données par l'expérience; mais il est facile de se rendre compte de cette différence.

Premièrement, dans l'équation (A) nous avons supposé k' constant, tandis que réellement k' augmente avec la distance x; en outre, nous avons fait les deux facteurs

$$\frac{1 + tang^2 \alpha}{1 - tang\, \alpha \,.\, tang\, \varepsilon}$$

et

$$\frac{\sqrt{1 + tang^2 \alpha}}{\sqrt{1 - tang\, \alpha \,.\, tang\, \varepsilon}}.$$

constants, tandis que ces facteurs augmenteut avec l'angle de mire, par conséquent, avec la distance. Il en résulte que la hausse totale doit s'accroître plus rapidement que ne l'indique la formule $\frac{H}{H'} = \frac{x\,(1 + q\,x)}{x'(1 + q\,x')}$, dans laquelle on ferait

$$q = \frac{k + V}{C}.$$

On fait croître les hausses avec un peu plus de rapidité en prenant q un peu plus grand que $\frac{k + V}{C}$.

NOTE SUR LE TIR A RICOCHET.

77. Dans le cas du tir à ricochet, les valeurs de V et de x restant toujours assez faibles, on peut poser $k' = 1$; alors l'équation (A) devient

$$(\mathrm{A}') \quad y = tang\,\varphi \,.\, x - \frac{g x^2}{\mathrm{V}^2 \, Cos^2 \varphi}\left(\frac{1}{2} + \frac{(k+\mathrm{V})\,x}{3\mathrm{C} \,.\, Cos\,\varphi}\right).$$

Divisant les deux membres par x et remplaçant $\frac{y}{x}$ par sa valeur $tang\ \varepsilon$, il vient

$$(\mathrm{B}) \quad tang\varphi - tang\varepsilon = \frac{g x}{\mathrm{V}^2 \, Cos^2 \varphi}\left(\frac{1}{2} + \frac{(k+\mathrm{V})\,x}{3\,\mathrm{C} \,.\, Cos\,\varphi}\right).$$

En différentiant l'équation (A'), on a

$$\frac{dy}{dx} = tang\,\varphi - \frac{g x}{\mathrm{V}^2 . Cos^2 \varphi}\left(1 + \frac{(k+\mathrm{V})\,x}{\mathrm{C} \,.\, Cos\,\varphi}\right).$$

Si l'on représente l'angle d'arrivée par ω, et qu'on tienne compte du sens dans lequel cet angle est compté comme positif, on aura, en supposant que y et x soient les coordonnées du but.

$$\frac{dy}{dx} = - \, tang\,\omega;$$

d'où

$$(\mathrm{C}) \quad tang\varphi + tang\omega = \frac{g x}{\mathrm{V}^2 \, Cos^2 \varphi}\left(1 + \frac{(k+\mathrm{V})\,x}{\mathrm{C} \,.\, Cos.\varphi}\right).$$

Divisant les équations B et C, membre à membre, on en tire

$$\frac{tang\,\varphi - tang\,\varepsilon}{tang\,\varphi + tang\,\omega} = \frac{3\,\mathrm{C} \,.\, Cos\,\varphi + 2\,(k+\mathrm{V})\,x}{6 \,.\, \mathrm{C}\, Cos\,\varphi + 6\,(k+\mathrm{V})\,x},$$

d'où

$$tang\,\varphi = \frac{3\,C.Cos\,\varphi + 2\,(k+V)\,x}{3\,C\cdot Cos\,\varphi + 4\,(k+V)\,x}\,.\,tang\,\omega +$$

$$\frac{6\,C.\,Cos\,\varphi + 6\,(k+V)\,x}{3\,C.\,Cos\,\varphi + 4\,(k+V)\,x}\,.\,tang\,\varepsilon.$$

Dans le tir à ricochet, le facteur $(k + V)\,x$ reste ordinairement beaucoup moindre que $C\,cos\,\varphi$; par conséquent, le coefficient de $tang\,\omega$ ne diffère pas beaucoup de 1, et celui de $tang\,\varepsilon$ ne diffère pas beaucoup de 2. Faisant le premier égal à 1, le second égal à 2, il vient

$$tang\,\varphi = tang\,\omega + 2\,tang\,\varepsilon.$$

Pour nous rendre compte de l'erreur qui résulte de cette simplification, cherchons les valeurs que peuvent prendre ces coefficients dans les circonstances ordinaires du tir à ricochet.

78. Prenons pour C la valeur correspondant au boulet de 24 (71), 1390190. En supposant un angle de tir φ de 20°, on aurait encore

$$C\,Cos\,\varphi > 1300000.$$

La vitesse initiale que l'on imprime au boulet de 24 dans le tir à ricochet surpasse rarement 120 mètres; supposons-la de 131,^{m}835, de manière que $(k + V)$ soit égal à 900; enfin, prenons x égal à 400 mètres, nous aurons

$$\frac{3\,C.\,Cos\,\varphi + 2\,(k+V)\,x}{3\,C.\,Cos\,\varphi + 4\,(k+V)\,x} = 0{,}87$$

et

$$\frac{6\,Cos\,\varphi + 6\,(k+V)\,x}{3\,Cos\,\varphi + 4\,(k+V)\,x} = 1{,}86.$$

L'erreur serait donc

$$0,13 \,.\, tang\,\omega + 0,14 \,.\, tang\,\varepsilon.$$

En supposant l'angle ω de 12° et l'angle ε de 2°, on aurait

$$0,13.tang.\,12° + 0,14.tang\,2° = 0,0270285 + 0,0048859$$
$$= 0,3191446.$$

C'est la tangente d'un angle de 1° 40′ 40″. L'erreur résultant de cette première simplification serait donc au plus de

$$1°\,40'\,40''.$$

En substituant les angles à leurs tangentes, la formule devient

$$\varphi = \omega + 2\,\varepsilon.$$

Pour apprécier l'erreur résultant de cette seconde simplification, faisons $\omega = 12°$ et $\varepsilon = 2°$. On a

$$\varphi = 12° + 2\,.\,2° = 16°.$$

En prenant les tangentes on a

$$tang\,\varphi = tang.\,12° + 2\,tang\,\varepsilon = 0,2125565 + 0,0698416$$
$$= 0,2823981,$$

D'où l'on tire

$$\varphi' = 15°\,46'\,10''.$$

L'erreur est donc de 13′ 50″; en ajoutant les deux erreurs on a pour l'erreur totale 1° 54′.

Il résulte de cette discussion que l'erreur qu'entraine l'emploi de la formule approximative pour la détermination de l'angle de tir ne surpasse 2° que dans des cas exceptionnels. Nous avons fait voir (62) qu'une pareille erreur ne présentait aucun inconvénient pour la pratique.

79. La formule $tang\,\varphi = tang\,\omega + 2\,tang\,\varepsilon$ est celle à laquelle on parvient rigoureusement dans l'hypothèse du vide. En effet, supposons que la trajectoire soit une parabole.

Par le point de départ A (fig. 33) et par le point d'arrivée B, menons les tangentes AC et BC; par le point B, menons l'horizontale BE; l'angle CBE est l'angle d'arrivée ω; l'angle BAM est l'angle d'élévation du but ε, et l'angle CAM est l'angle de tir φ.

Par le point de concours C des tangentes, menons une verticale CG. Cette verticale est un diamètre, et d'après une propriété connue de la parabole, elle divise en deux parties égales la corde AB qui joint les points de contact.

Les deux triangles AFG, BEF sont égaux et donnent $AG = BE$, $FG = FE$.

Or,

$$CG = EC + EF + FG = EC + 2FG.$$

Dans les triangles rectangles, on a

$$CG = AG \, tang\, \varphi; \quad GF = AG \, tang\, \varepsilon; \quad CE = BE \, tang\, \omega.$$

Donc

$$AG \, tang\, \varphi = CE \, tang\, \omega + 2 AG \, tang\, \varepsilon.$$

Mais, puisque $AG = CE$, il reste

$$tang\, \varphi = tang\, \omega + 2\, tang\, \varepsilon.$$

CALCUL DES CHARGES.

80. Reprenons l'équation (B).

$$tang\, \varphi - tang\, \varepsilon = \frac{g x}{2 V^2 \, Cos^2 \varphi} \left(1 + \frac{2(k+V)x}{3 \, . \, C \, . \, Cos\, \varphi} \right).$$

Remarquons que

$$tang\, (\varphi - \varepsilon) = \frac{tang\, \varphi - tang\, \varepsilon}{1 + tang\, \varphi \, . \, tang\, \varepsilon},$$

d'où

$$tang\, \varphi - tang\, \varepsilon = tang\, (\varphi - \varepsilon)\,(1 + tang\, \varphi \, . \, tang\, \varepsilon).$$

Remplaçant le premier membre par cette valeur et remarquant que

$$Cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + tang^2 \varphi}.$$

Il vient

$$tang(\varphi - \varepsilon) = \frac{gx}{2V^2}\left(1 + \frac{2(k+V)x}{3C.\,Cos\,\varphi}\right)\frac{(1 + tang^2 \varphi)}{(1 + tang\,\varphi.\,tang\,\varepsilon)}.$$

Maintenant, supposons que la distance du but x restant constante, on fasse varier la vitesse initiale V, et la différence $(\varphi - \varepsilon)$ entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but. Soient V et V' les vitesses initiales correspondant aux angles de tir φ et φ', on a les deux équations :

$$tang(\varphi - \varepsilon) = \frac{gx}{2V^2}\left(1 + \frac{2(k+V)x}{3.C.\,Cos\,\varphi}\right)\left(\frac{1 + tang^2 \varphi}{1 + tang\,\varphi.\,tang\,\varepsilon}\right),$$

$$tang(\varphi' - \varepsilon) = \frac{gx'}{2V'^2}\left(1 + \frac{2(k+V')x}{3.C.\,Cos\,\varphi'}\right)\left(\frac{1 + tang^2 \varphi'}{1 + tang\,\varphi'\,tang\,\varepsilon}\right).$$

Divisant membre à membre, il vient

$$\frac{tang(\varphi - \varepsilon)}{tang(\varphi' - \varepsilon)} = \frac{V'^2}{V^2}.\frac{\left(1 + \frac{2(k+V)x}{3.\,C\,Cos\,\varphi}\right)\left(\frac{1 + tang^2 \varphi}{1 + tang\,\varphi\,tang\,\varepsilon}\right)}{\left(1 + \frac{2(k+V')x}{3\,C\,Cos\,\varphi'}\right)\left(\frac{1 + tang^2 \varphi'}{1 + tang\,\varphi'\,tang\,\varepsilon}\right)}.$$

Les deux facteurs

$$\left(1 + \frac{2(k+V)x}{3C.\,Cos\,\varphi}\right)$$

et

$$\left(1 + \frac{2(k+V')x}{3C\,Cos\,\varphi'}\right)$$

sont toujours extrêmement peu différents l'un de l'autre.

En supposant V $<$ V', par conséquent, $\varphi > \varphi'$, celui qui est au dénominateur est un peu plus grand que celui qui est

au numérateur. En les supprimant dans le second membre, on supprime donc un facteur un peu moindre que 1.

Les deux facteurs

$$\frac{1+tang^2\varphi}{1+tang\,\varphi\,.\,tang\,\varepsilon}$$

et

$$\frac{1+tang^2\varphi'}{1+tang\,\varphi'\,.\,tang\,\varepsilon}$$

sont extrêmement peu différents l'un de l'autre. φ étant plus grand que φ', celui qui est au numérateur est un peu plus grand que celui qui est au dénominateur. En les supprimant, on supprime dans le second membre un facteur un peu plus grand que 1.

En faisant les deux suppressions simultanément, on commet deux erreurs dont chacune prise séparément, est presque insensible, et qui, de plus, sont en sens contraire et tendent à se détruire.

Après ces simplifications, l'équation devient

$$\frac{tang\,(\varphi-\varepsilon)}{tang\,(\varphi'-\varepsilon)}=\frac{V'^2}{V^2}.$$

En substituant le rapport des angles au rapport des tangentes, et le rapport du poids des charges au rapport des carrés des vitesses initiales, on retombe sur la proportion

$$\frac{(\varphi-\varepsilon)}{(\varphi'-\varepsilon)}=\frac{C'}{C}.$$

Chacune de ces substitutions entraine une erreur. Nous allons faire voir que chacune de ces erreurs, prise séparément, pourrait être négligée, et que, de plus, elles sont en sens contraires.

Occupons-nous d'abord de la proportion

$$\frac{C}{C'}=\frac{V^2}{V'^2}.$$

Pour évaluer l'erreur qui résulte de cette proportion, il faudrait connaître exactement la relation qui existe entre les poids des charges et les vitesses initiales correspondantes. Cette relation n'est pas connue. Tout ce que l'on sait c'est que, pour les petites charges, telles que celles du ricochet, les carrés des vitesses initiales croissent plus rapidement que les poids des charges, tandis que le contraire a lieu pour les grandes.

Dans le tir à ricochet, les charges peuvent varier de cent à six cents grammes pour les canons, et de cent cinquante à neuf cents pour l'obusier de siége. Entre ces limites, la relation entre les charges et les vitesses correspondantes peut être représentée avec une approximation suffisante au moyen de la formule d'interpolation.

$$\frac{V'^2}{V^2} = \frac{C'(1 + nC')}{C(1 + nC)}.$$

Il nous est inutile de connaître la valeur exacte du coefficient n; il suffit de savoir qu'il reste toujours très-petit, moindre que 0,001, par exemple.

Pour une même distance du but, les charges ne diffèrent jamais considérablement entre elles, de sorte que le facteur

$$\frac{1 + nC'}{1 + nC}$$

ne s'écarte pas beaucoup de 1. En supposant $C' > C$, il peut devenir égal à 1,02 ou 1,05 tout au plus. L'erreur qui résulte de la suppression d'un pareil facteur peut être évidemment négligée dans la pratique.

Maintenant, si au rapport des tangentes

$$\frac{\operatorname{tang}(\varphi - \varepsilon)}{\operatorname{tang}(\varphi' - \varepsilon)},$$

on substitue le rapport des angles

$$\frac{\varphi - \varepsilon}{\varphi' - \varepsilon}.$$

cela revient, en supposant $\varphi > \varphi'$, à supprimer dans le premier membre un facteur un peu plus grand que 1. On voit donc que les deux erreurs tendent à se détruire, puisqu'elles consistent à négliger de part et d'autre un facteur un peu plus grand que 1, et qui en diffère toujours très-peu.

81. Reprenons l'équation

$$tang(\varphi-\varepsilon)=\frac{gx}{2V^2}\left(1+\frac{2(k+V)x}{3.C.Cos\,\varphi}\right)\frac{(1+tang^2\varphi)}{(1+tang\,\varphi\;tang\,\varepsilon)}.$$

Supposons que la différence entre l'angle de tir et l'angle d'élévation du but $(\varphi-\varepsilon)$ restant constante, on fasse varier la vitesse initiale V et la distance du but x. Soient V et V' les vitesses correspondant aux distances x et x', on a les deux équations

$$tang(\varphi-\varepsilon)=\frac{gx}{2V^2}\left(1+\frac{2(k+V)x}{3C\,Cos\,\varphi}\right)\frac{(1+tang^2\varphi)}{(1+tang\,\varphi\;tang\,\varepsilon)},$$

$$tang(\varphi-\varepsilon)=\frac{gx'}{2V'^2}\left(1+\frac{2(k+V')x'}{3C.\,Cos\,\varphi}\right)\frac{(1+tang^2\varphi)}{(1+tang\,\varphi.tang\,\varepsilon)}.$$

Divisant ces deux équations membre à membre, on en tire

$$\frac{V^2}{V'^2}=\frac{x\left(1+\dfrac{2(k+V)}{3.C\,Cos\,\varphi}.x\right)}{x'\left(1+\dfrac{2(k+V')}{3\,C\,Cos\,\varphi}x'\right)}.$$

Les deux facteurs

$$\frac{2(k+V)}{3\,C\,Cos\,\varphi}\quad \text{et}\quad \frac{2(k+V')}{3\,C\,Cos\,\varphi}$$

sont extrêmement peu différents. En les représentant par q, on a

$$\frac{V^2}{V'^2}=\frac{x(1+qx)}{x'(1+qx')}.$$

Le coefficient q est toujours très-petit; ainsi, pour le boulet de 24, en supposant $V = 131^{m},835$, on a $q < 0,0005$.

A la place du rapport $\frac{V^2}{V'^2}$, mettant le rapport

$$\frac{C(1+nC)}{C'(1+nC')},$$

il vient

$$\frac{C(1+nC)}{C'(1+nC')} = \frac{x(1+qx)}{x'(1+qx')}.$$

Les coefficients n et q sont très-petits et moindres que 0,001. Les quantités C, C', x et x' croissent et décroissent en même temps, et peuvent varier depuis 100 jusqu'à 600. Par conséquent, les deux facteurs

$$\frac{1+nC}{1+nC'} \quad \text{et} \quad \frac{1+qx}{1+qx'}$$

diffèrent toujours très-peu l'un de l'autre; en les supprimant dans les deux membres, on commet deux erreurs qui sont toujours très-petites, et qui tendent à se compenser.

Néanmoins, dans ce dernier cas aussi bien que dans le précédent, l'erreur résultant de la suppression du facteur

$$\frac{1+nx}{1\ nx +}$$

ne se trouve pas entièrement compensée, et peut devenir sensible pour les grands angles de tir et les grandes distances.

On parvient à représenter les résultats de l'expérience, avec toute l'exactitude possible, au moyen de la formule

$$\frac{C(1+nC)}{C'(1+nC')} = \frac{x(\varphi'-\varepsilon')}{x'(\varphi-\varepsilon)},$$

d'où en posant

$$(\varphi-\varepsilon) = E \quad \text{et} \quad \frac{C'(1+nC')(\varphi'-\varepsilon')}{x'} = N,$$

on tire

$$C(1+nC) = \frac{x}{E}N.$$

Les coefficients n et N doivent être déterminés par expérience pour chaque calibre.

Cette formule n'est d'un emploi facile que lorsque les charges sont connues, et qu'il s'agit seulement de vérifier son accord avec la pratique; mais elle est peu commode pour le calcul des charges.

Afin de compléter la formule pratique (67), plusieurs commissions de l'école de Vincennes, chargées par M. le général Lyautey de vérifier les formules pendant les années 1843, 1844 et 1845, ont proposé de prendre deux valeurs différentes de N pour chaque calibre, l'une correspondant au ricochet tendu, c'est-à-dire aux angles de tir moindres que 10°, l'autre, au ricochet mou, c'est-à-dire aux angles plus grands que 10°.

La table de tir se trouve ainsi ramenée à deux nombres pour chaque calibre.

Table du tir à ricochet résultant des expériences de Vincennes.

Désignation des pièces et des calibres.	Valeurs de N pour le	
	ricochet tendu.	ricochet mou.
	grammes.	grammes.
Canons de 24	6	6,50
Canons de 16	4,50	5
Obusiers de 22 centimètres	9	10
Mortiers de 27	25	30
Mortiers de 22	14	18
Mortiers de 15	5,5	7

FIN.

ERRATUM.

Page 36, lignes 13, 17 et 20, *au lieu de* $1^{mm},1$, *lisez* 0,0011.



Fig. 2.

b^{VII} b^{VI} c^{VI} b^{V} c^{V} b^{IV} c^{IV} b''' c''' b'' c'' b' c'

Y

a' a'' a''' a^{IV} a^{V} a^{VI} a^{VII} X



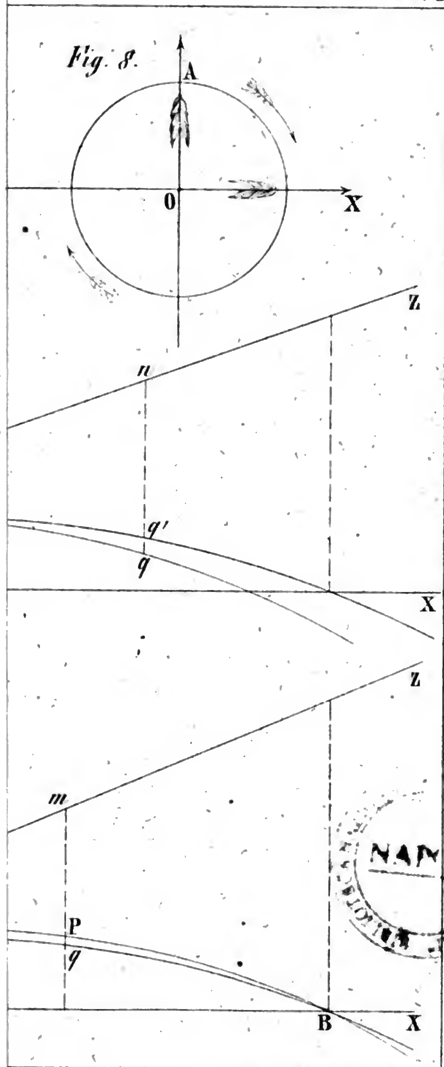
Lith. de Vve Levrault à Strasbourg.

Pl. 2.



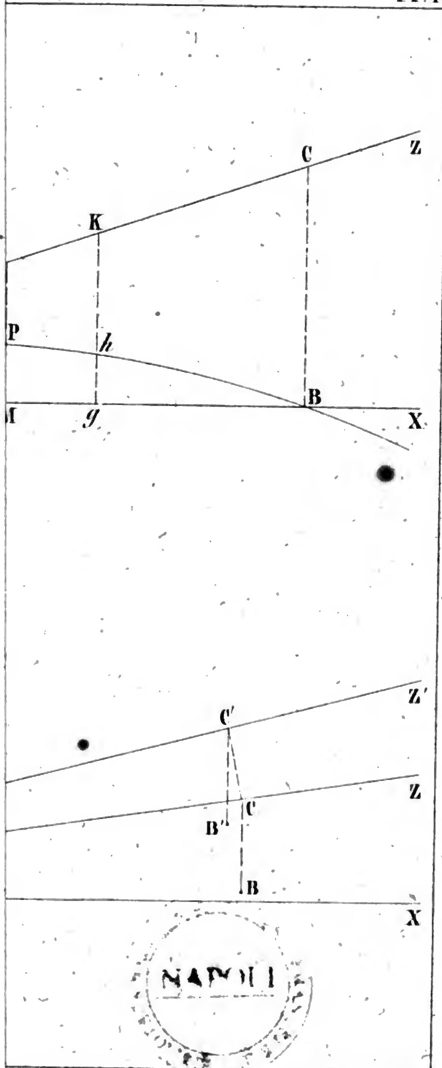
de Vᵉ Levrault à Strasbg.

Pl. 3.



Lith. de Ve Levrault à Strasbg

Pl. 4.



Lith. de Vᵉ Levrault à Strasbg.

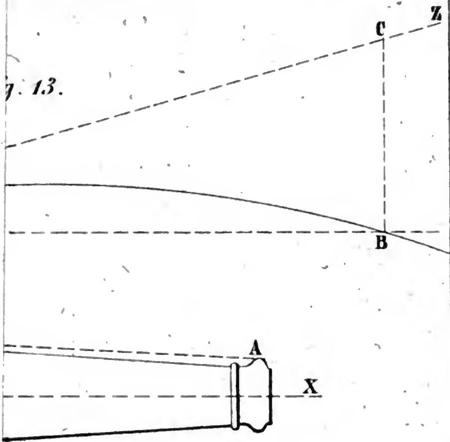


Fig. 13.

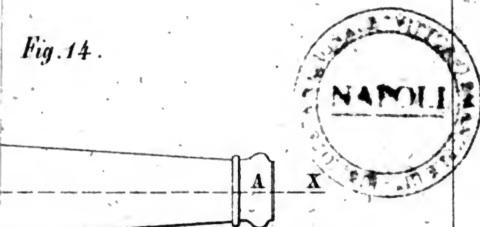


Fig. 14.



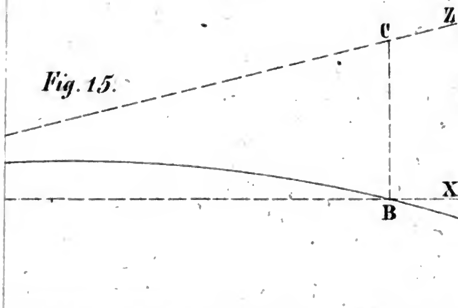
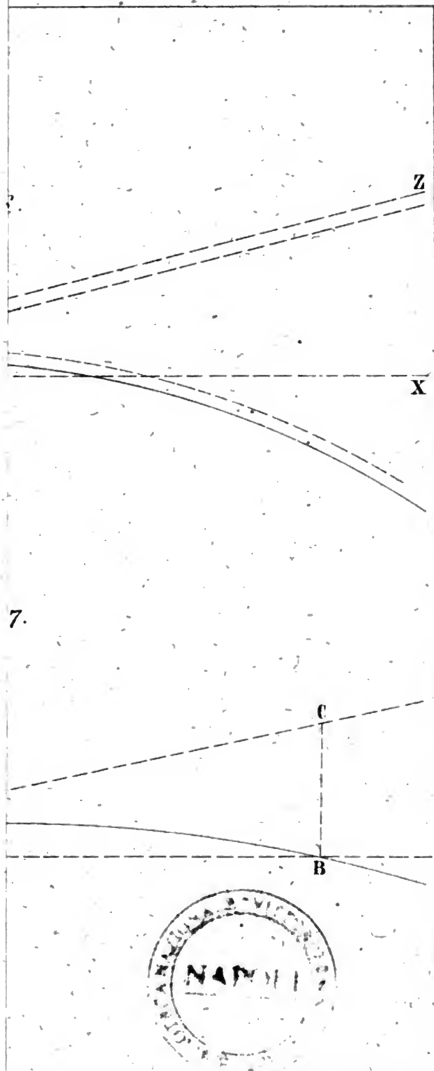


Fig. 15.

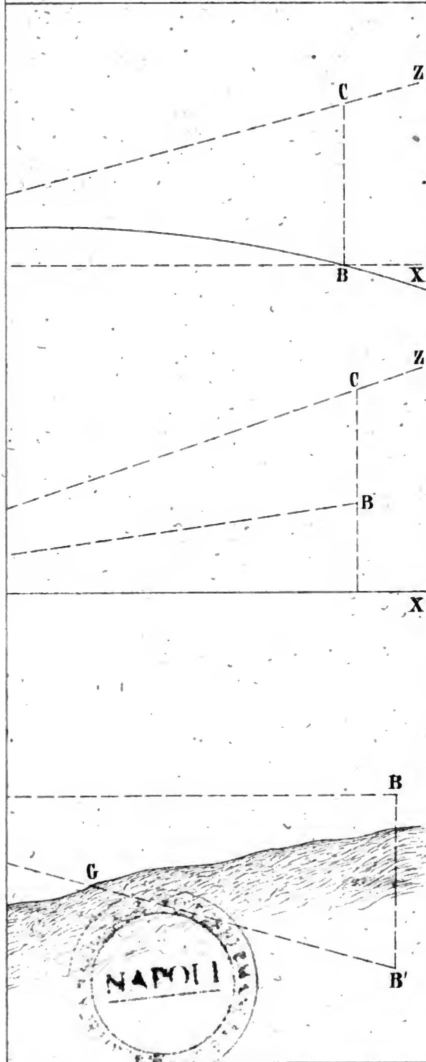
Lith. de Ve. Levrault à Strasbourg.

Pl. 6.



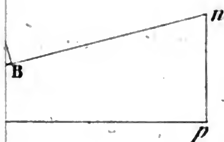
Lith. de Vᵉ Levrault à Strasbg.

Pl. 7.

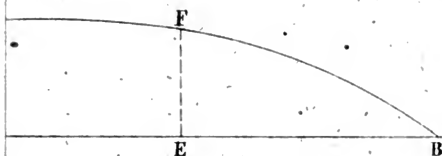


Lith. de Vᵉ Levrault à Strasbourg

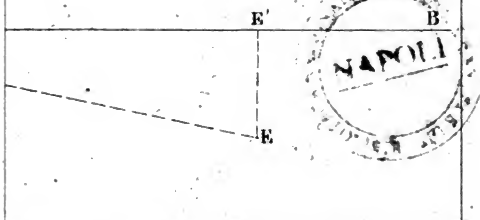
Fig. 21.



22.



23.



Lith. de Ve Levrault à Strasbourg.

Pl. 9.

Fig. 25.

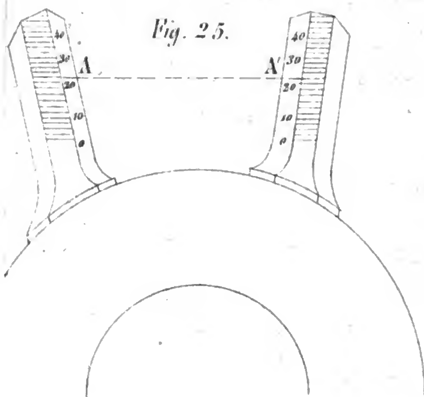


Fig. 26.

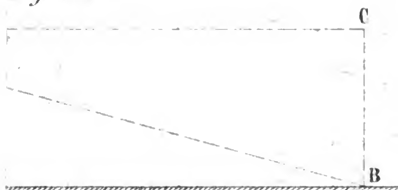
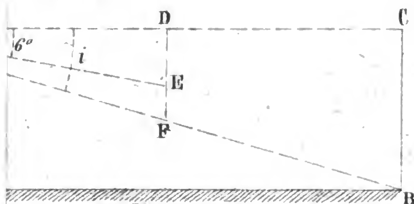
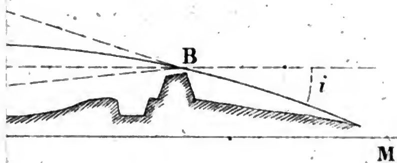


Fig. 27.

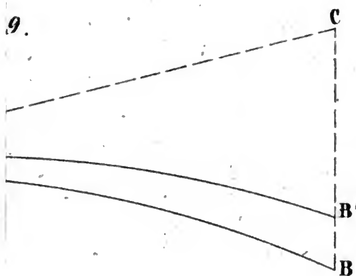




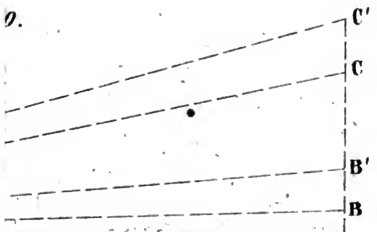
Lith. de Ve Levrault, à Strasbourg.



9.



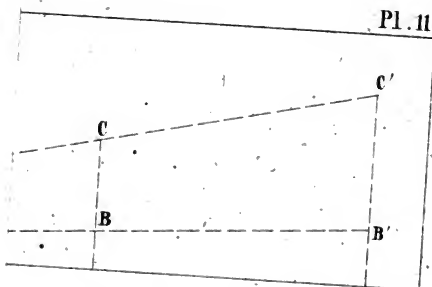
0.

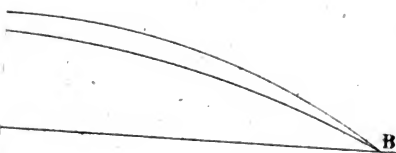


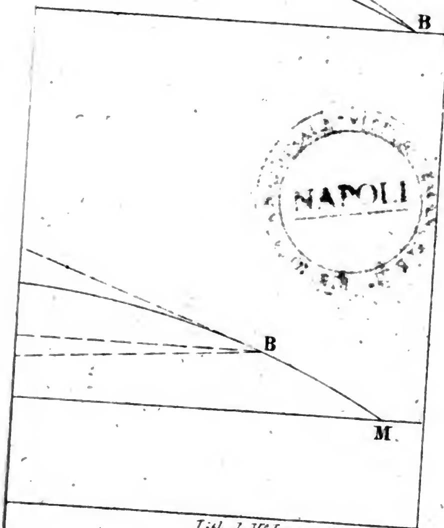


Lith de Ve Levrault à Strasbg

Pl. 11.







Lith. de Vᵉ Levrault à Strasbg.



